

УДК 519.6:378

## РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ СРЕДСТВАМИ КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Г.Д. Панкова

Рассматривается решение системы линейных уравнений с помощью программных средств в среде Excel и в математическом пакете MathCad и приводится реализация конкретной системы, отраженная образами экранов.

*Ключевые слова:* система линейных уравнений; компьютерные технологии; математический пакет.

---

## SOLVING OF SYSTEM OF LINEAR EQUATIONS BY MEANS OF COMPUTER TECHNOLOGIES

G.D. Pankova

The article considers solving of system linear equations by means of Excel environment and Mathcad computer software is considered and the implementation of a concrete system, reflected by images of screens is given.

*Keywords:* system of linear equations; computer technologies; computer software.

**1. Решение систем линейных уравнений в среде Excel с использованием инструмента «Поиск решения».** Рассмотрим алгоритм решения системы уравнений на конкретном примере. Пусть необходимо решить систему линейных уравнений вида:

$$\begin{aligned} 2X_1 + X_3 + 4X_4 &= 9 \\ X_1 + 2X_2 - X_3 + X_4 &= 8 \\ 2X_1 + X_2 + X_3 + X_4 &= 5 \\ X_1 - X_2 + 2X_3 + X_4 &= -1. \end{aligned}$$

Задачу можно свести к использованию инструмента Excel-а «Поиск решения» [1]. Для чего одно из уравнений (в данном примере – третье) следует взять в качестве целевой функции, а оставшиеся *три уравнения* рассматривать в качестве ограничений.

Поставленную задачу можно сформулировать так: найти  $X_1, X_2, X_3, X_4$  при которых значение первого уравнения будет равно 9, второго – 8, третьего – 5, четвертого – 1.

**Алгоритм решения.** 1. Определяем область для переменных  $X_1, X_2, X_3, X_4$  (ячейки B2:E2 для подписи, ячейки B3:E3 под искомые значения переменных) как на рисунке 1.

2. Записываем в ячейки C5:C8 формулы уравнений системы по правилам Excel-а, ссылаясь на соответствующие области, содержащие значения переменных как на рисунке 2.

3. Обращаемся к инструменту «Поиск решения» (рисунок 3).

3.1. *Третье уравнение* системы задаем в качестве целевой функции, а остальные уравнения системы разместим в области ограничений.

3.2. Уровень Поиска решения **ДО: Значения** 5.

3.3. В поле *Изменяя ячейки переменных* указываем диапазон B3:E3, соответствующий расположению переменных  $X_1, X_2, X_3, X_4$

3.4. Нажимаем кнопку *Найти решение*

	A	B	C	D	E
1					
2		x1	x2	x3	x4
3					

Рисунок 1 – Область для переменных X<sub>1</sub>, X<sub>2</sub>, X<sub>3</sub>, X<sub>4</sub>

	A	B	C	D	E
1					
2		x1	x2	x3	x4
3					
4					
5		урав-е 1	=2*B3+0*C3+D3+4*E3	9	
6		урав-е 2	=B3+2*C3-D3+E3	8	
7		урав-е 3	=2*B3+C3+D3+E3	5	
8		урав-е 4	=B3-C3+2*D3+E3	-1	

Рисунок 2 – Формулы уравнений системы

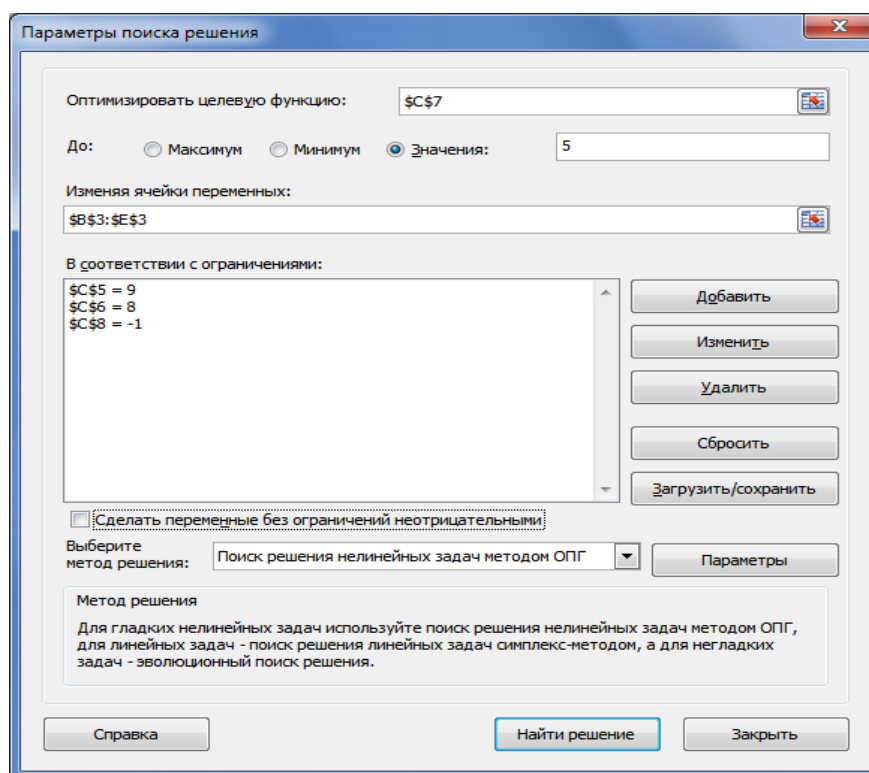


Рисунок 3 – Параметры поиска решений

Отразим решение системы в режиме «показать формулы», получим рисунок 4.

4. Область значений переменных заполнится найденными значениями

$$X_1 = 1, X_2 = 2, X_3 = -1, X_4 = 2$$

и значение первого уравнения будет равно 9, второго – 8, третьего – 5, четвертого – 1 (в C5:C8), как на рисунке 5.

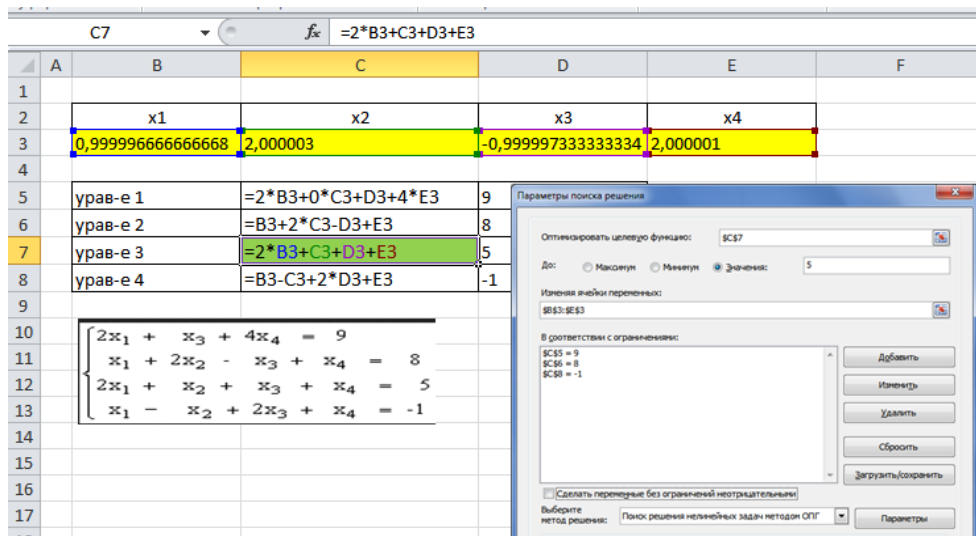


Рисунок 4 – Решение системы в режиме «показать формулы»

Таким образом, выполняется решение системы уравнений через «Поиск решения» в Excel.

Выбирая в качестве целевой функции другие уравнения, и применяя к ним приведенную выше технологию решения уравнения через «Поиск решения» получаем, что все варианты дают одинаковое решение:

$$X_1 = 1, X_2 = 2, X_3 = -1, X_4 = 2$$

что подтверждается приведенными ниже образами экранов (рисунки 6, 7, 8) и позволяет сделать вывод, что для решения системы линейных уравнений через «Поиск решения» в качестве целевой функции можно выбрать любое из приведенных уравнений.

Отразим решения системы в режиме «показать формулы» с выбором других уравнений в качестве целевой функции:

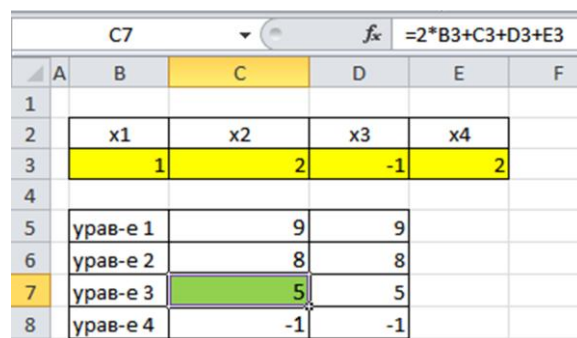


Рисунок 5 – Решение системы в режиме значений

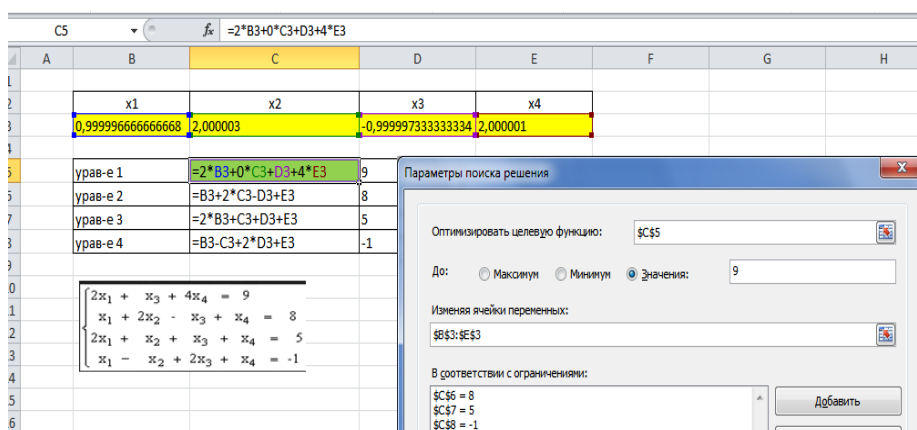


Рисунок 6 – В качестве целевой функции рассматривается *первое* уравнение формулы

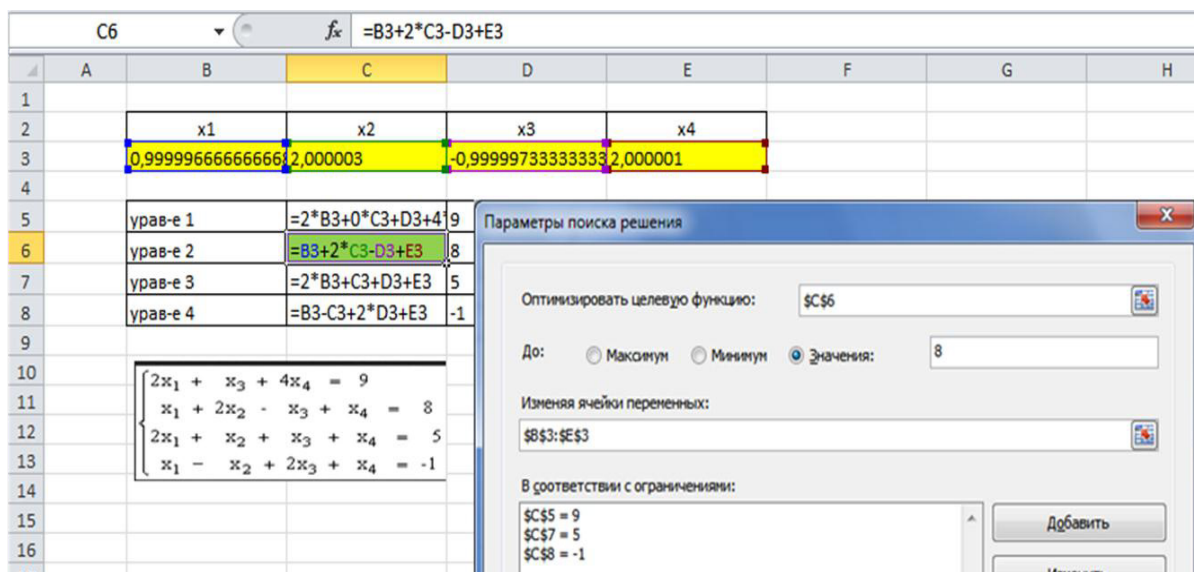


Рисунок 7 – В качестве целевой функции рассматривается *второе* уравнение формулы

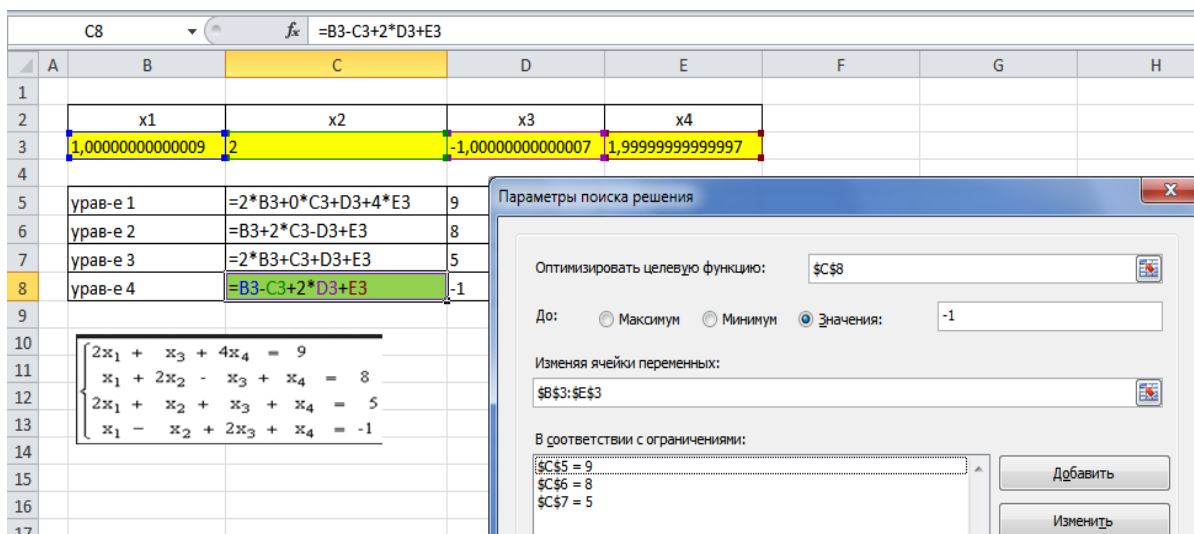


Рисунок 8 – В качестве целевой функции рассматривается *четвертое* уравнение формулы

Рассмотрим решение систем линейных уравнений в среде Excel с использованием инструмента «Поиск решения» при уровне Поиска решения ДО: Минимума и Максимума.

При выборе режима Максимум Решение найти не удастся, что показано на рисунке 9.

При выборе режима Минимум Решение тоже найти не удастся, что показано на рисунке 10.

Однако решение системы линейных уравнений можно получить через *Поиск решения* при выборе режима оптимизации ДО: **Минимум** и задания целевой функции в виде **суммы квадратов** уравнений системы с нулевыми правыми частями (рисунок 11).

Применение инструмента «Поиск решения» в среде Excel для приведенной системы при выборе режима Минимум и целевой функции в виде суммы квадратов уравнений системы с нулевыми правыми частями нашло решение, по которому:  $X_1 = -5$ ,  $X_2 = 1$ ,  $X_3 = -3$ ,  $X_4 = 4$ .

Excel Solver Parameters dialog box configuration:

- Optimize Objective Function:  $\$C\$6$
- To:  Максимум  Минимум  Значения: 0
- Change Variable Cells:  $\$B\$3:\$E\$3$
- Subject to the Constraints:
  - $\$C\$5 = 9$
  - $\$C\$7 = 5$
  - $\$C\$8 = -1$
- Make the Variable Cells Non-Negative
- Select a Solving Method: Поиск решения нелинейных задач методом ОПГ

Рисунок 9 – «Поиск решения» при уровне Поиска ДО: Максимума

Excel Solver Parameters dialog box configuration:

- Optimize Objective Function:  $\$C\$6$
- To:  Максимум  Минимум  Значения: 0
- Change Variable Cells:  $\$B\$3:\$E\$3$
- Subject to the Constraints:
  - $\$C\$5 = 9$
  - $\$C\$7 = 5$
  - $\$C\$8 = -1$
- Make the Variable Cells Non-Negative
- Select a Solving Method: Поиск решения нелинейных задач методом ОПГ

Рисунок 10 – «Поиск решения» при уровне Поиска ДО: Минимума

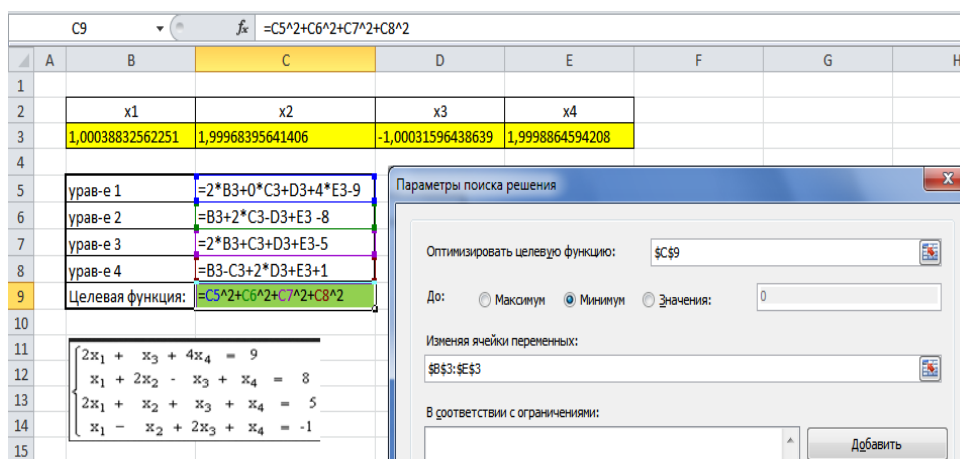


Рисунок 11 – «Поиск решения» при уровне Поиска ДО: Минимума с целевой функции в виде *суммы квадратов* уравнений

## 2. Решение систем линейных уравнений в среде MathCad

Решение систем линейных уравнений в среде **MathCad** возможно тремя способами: через

- 1) Isolve;
- 2) через матрицу;
- 3) Given ..... Find (рисунок 12).

$$\begin{aligned}
 &x1 := 1 \quad x2 := 1 \quad x3 := 1 \quad x4 := 1 \\
 &rez := \text{Isolve} \left( \begin{pmatrix} 8 & 4 & -6 & 0 \\ -2 & 0 & -4 & -6 \\ 6 & 4 & 4 & 6 \\ 4 & 6 & 8 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -18 \\ -2 \\ -14 \\ -6 \end{pmatrix} \right), \quad rez = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} \\
 &\underline{x1} := rez_0 \quad \underline{x2} := rez_1 \quad \underline{x3} := rez_2 \quad \underline{x4} := rez_3 \\
 &x1 = -5 \quad x2 = 1 \quad x3 = -3 \quad x4 = 4
 \end{aligned}$$


---


$$\begin{aligned}
 \underline{m} := \begin{pmatrix} 8 & 4 & -6 & 0 \\ -2 & 0 & -4 & -6 \\ 6 & 4 & 4 & 6 \\ 4 & 6 & 8 & 8 \end{pmatrix} \quad \underline{v} := \begin{pmatrix} -18 \\ -2 \\ -14 \\ -6 \end{pmatrix} \quad rez1 := \underline{m}^{-1} \cdot \underline{v} \quad rez1 = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$


---


$$\begin{aligned}
 &x11 := 0 \quad x12 := 0 \quad x13 := 0 \quad x14 := 0 \\
 &\text{Given} \\
 &8 \cdot x11 + 4 \cdot x12 - 6 \cdot x13 + 0 \cdot x14 + 18 = 0 \\
 &-2 \cdot x11 + 0 \cdot x12 - 4 \cdot x13 - 6 \cdot x14 + 2 = 0 \\
 &6 \cdot x11 + 4 \cdot x12 + 4 \cdot x13 + 6 \cdot x14 + 14 = 0 \\
 &4 \cdot x11 + 6 \cdot x12 + 8 \cdot x13 + 8 \cdot x14 + 6 = 0 \\
 &rez1\_1 := \text{Find}(x11, x12, x13, x14) \\
 &rez1\_1 = \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Рисунок 12 – Решение системы линейных уравнений в среде **MathCad**

При использовании любого подхода было найдено решение, по которому:  $X_1 = -5$ ,  $X_2 = 1$ ,  $X_3 = -3$ ,  $X_4 = 4$ .

### Литература

1. Панкова Г.Д. Обучение решению оптимизационных задач через среду электронного учебного курса / Г.Д. Панкова // Матер. межд. семин. "Вычислительные методы и решение оптимизационных задач". Новосибирск: ЗАО РИЦ Прайс Курьер, 2004. С. 142–148.