

УДК 622.831

## МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ УПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК ГОРНЫХ ПОРОД

Н.М. Комарцов, Т.А. Лужанская, А.Н. Сатаркулов, Б.А. Рычков

Рассматриваются два метода определения пределов упругости горных пород при различных напряженных состояниях.

Ключевые слова: горные породы; напряженное состояние; предел упругости; девиатор деформаций; девиатор напряжений.

## METHODS OF ROCKS' ELASTICITY CHARACTERISTICS DETERMINATION

N.M. Komartsov, T.A. Luzhanskaya, A.N. Satarkulov, B.A. Rychkov

It is observed two methods of rocks' elasticity characteristics determination at different stressed conditions.

Key words: rocks; stressed condition; elasticity limit; deformation deviator; stress deviator

Некоторые исследователи [1] предлагают рассматривать горные породы как изотропный материал. Результаты такого подхода, как было показано в [2], хуже согласуются с экспериментальными данными в отличие от подхода, когда предполагается наличие у горных пород ортотропной симметрии структуры [3]. В данной работе для описания закономерностей деформирования горных пород в упругой области предлагается использовать два метода:

I – использовать физически нелинейную теорию упругости подобно тому, как это практикуется при исследовании глин и песков [3].

II – предел упругости при неравномерном трехосном сжатии определять через предел упругости при одноосном сжатии, используя свойства огибающей к кругам Мора.

Рассмотрим предложенные методы более подробно.

I. Тензор упругой деформации раскладывается на шаровую и девиаторную составляющие, для которых устанавливаются независимые друг от друга законы связи с соответствующими составляющими тензора напряжений.

Составляющие шаровых тензоров деформаций ( $\theta$ ) напряжений ( $P$ ) выражаются через главные деформации ( $\varepsilon_i; i=1,2,3$ ) (главные напряжения ( $\sigma_i; i=1,2,3$ )):

$$\theta = \frac{1}{3}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3), P = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3). \quad (1)$$

Компоненты тензора девиатора деформаций ( $e_i^\theta$ ) главных осей определяются как  $\varepsilon_i - \theta$ , что дает значение  $\frac{3}{2}e_1^\theta = \varepsilon_1 - \varepsilon_3$ . Соответствующая компонента девиатора напряжений  $\sigma_1^\theta = \sigma_1 - P$ .

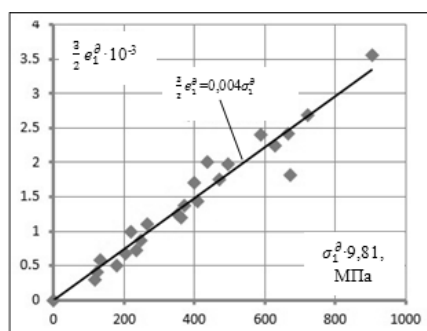


Рисунок 1 – Диаграмма зависимости  $e_1^\theta(\sigma_1^\theta)$  при  $c = 0 \dots 0,322$  для талькохлорита

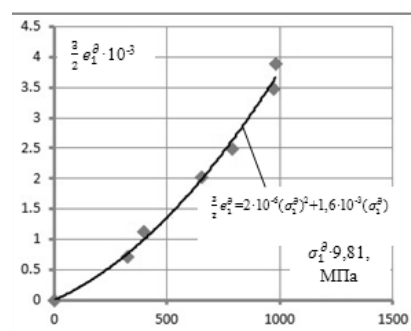


Рисунок 2 – Диаграмма зависимости  $e_1^\theta(\sigma_1^\theta)$  при  $c = 0,407; c = 0,501$  для талькохлорита

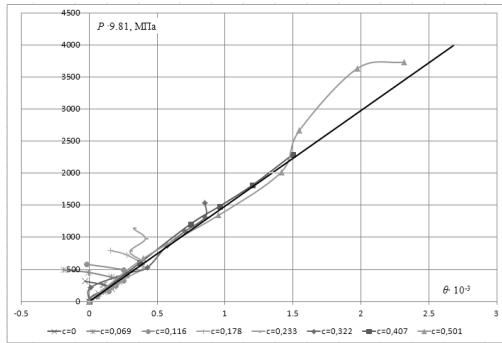


Рисунок 3 – Зависимости  $P(\theta)$  при всех видах напряженного состояния для талькохлорита

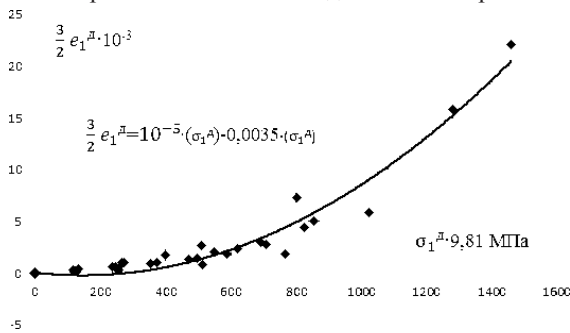


Рисунок 4 – Диаграмма зависимости  $e_1^{\partial}(\sigma_1^{\partial})$  при  $c = 0 \dots 0,232$  для мрамора II

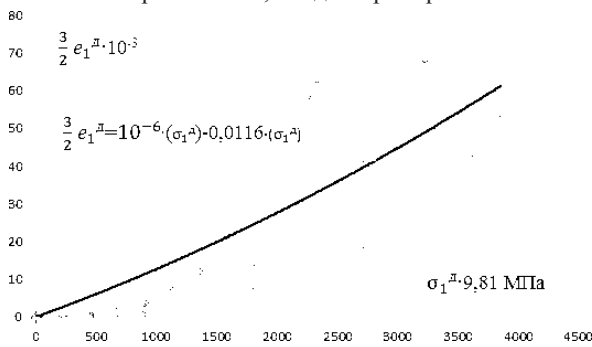


Рисунок 5 – Диаграмма зависимости  $e_1^{\partial}(\sigma_1^{\partial})$  при  $c = 0,322 \dots 0,508$  для мрамора II

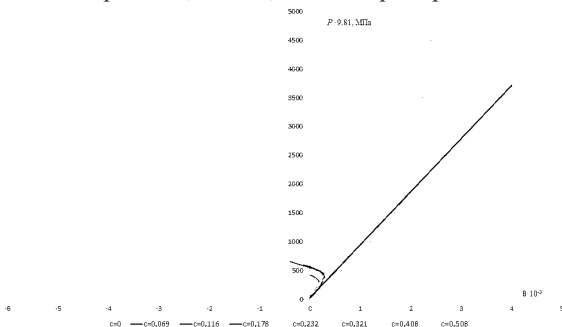


Рисунок 6 – Зависимости  $P(\theta)$  при всех видах напряженного состояния для мрамора II

Зависимости  $e_1^{\partial}(\sigma_1^{\partial}) P(\theta)$  для талькохлорита показаны на рисунках 1–3, для мрамора II – на рисунках 4–6.

Рассмотрим результаты испытаний цилиндрических образцов горных пород при неравном трехосном сжатии по схеме Кармана. В этом случае между главными напряжениями реализуется соотношение  $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 \geq 0$ , вид напряженного состояния характеризуется параметром  $c = \sigma_2/\sigma_1$ .

Функция  $\theta = \theta(P)$  для большинства горных пород аппроксимируется соответствующей линейной зависимостью в пределах упругости (рисунки 3 и 6). За пределами упругости зависимость  $\theta(P)$  становится нелинейной. Отклонение от указанной линейности используется [1] при определении предела упругости. Действительно, в некотором диапазоне изменения вида напряженного состояния это отклонение характеризует возникновение неупругой деформации. Последняя, в свою очередь, представляет собой деформацию разрыхления, поскольку продольная (осевая) чисто пластическая деформация ( $\Gamma_1^{nl}$ ) взаимно уничтожается в (1) с компонентами поперечной деформации

( $\Gamma_2^{nl} = \Gamma_3^{nl} = -\frac{1}{2} \Gamma_1^{nl}$ ). Следовательно, если зависимость  $\theta(P)$  остается линейной и за пределами упругости, то она отражает влияние только упругих компонент деформации. Но при таких напряженных состояниях график  $\theta(P)$  нельзя использовать для определения предела упругости. Более того, это означает, что в этом случае горная порода становится подобна пластичному материалу, так как разрыхление исчезает. Такая ситуация для талькохлорита наблюдается при  $c \geq 1/3$ ; для мрамора II – при  $c \geq 1/3$ .

II. При указанных видах напряженного состояния (когда зависимость  $\theta(P)$  остается линейной вплоть до предела прочности) предел упругости можно определить по методике, разработанной в [4]. Для этого рассматривается диаграмма продольной деформации при одноосном сжатии цилиндрического образца, и устанавливается для нее допуск на остаточную деформацию, по которому и находится предел упругости в этом случае напряженного состояния ( $\sigma_A^{\partial}$ ) (рисунок 7).

Предел упругости, с учетом аппроксимации упругого участка линейной зависимостью и допуска на остаточную осевую деформацию, принимается равным: для талькохлорита 657·9,81 МПа, для мрамора II – 800·9,81 МПа.

Зная значение  $\sigma_c^{\partial}$  соответствующий угол среза при одноосном сжатии  $\alpha_0^{\partial}$  ( $\alpha_0^{\partial} = 45^{\circ} - \beta_0^{\partial}$ ), а также используя свойства огибающей к максимальным кругам Мора, можно определить пределы

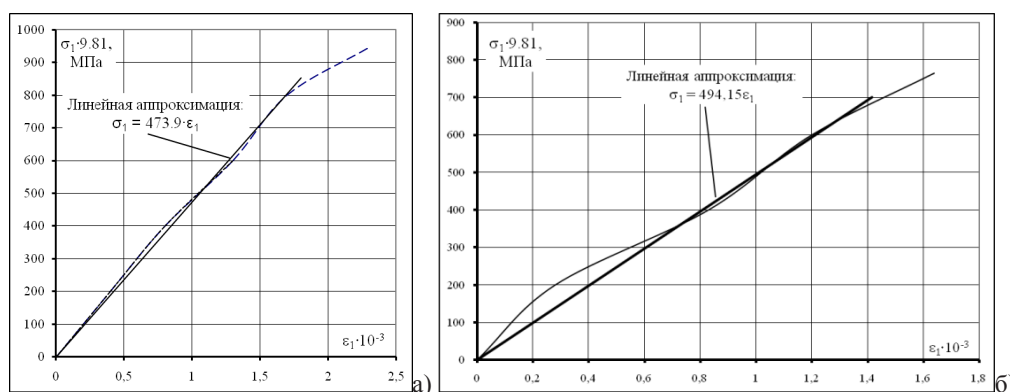


Рисунок 7 – Диаграмма продольной деформации при одноосном сжатии для: а – талькохлорита и б – мрамора II

Таблица 1 – Расчетные значения пределов упругости для талькохлорита

c	0	0,069	0,116	0,178	0,233	0,322	0,407	0,51
$\sigma_1^e \cdot 9,81$ (МПа) (I метод)	800	896	981	1134	1342	2156	2698	3265
$\sigma_1^e \cdot 9,81$ (МПа) (II метод)	600	800	1000	1200	1300	2400	-	-
$\sigma_1^e \cdot 9,81$ (МПа) по данным [1]	780	940	1025	1200	1300	2000	2460	3000

Таблица 2 – Расчетные значения пределов упругости для мрамора II

c	0	0,069	0,116	0,178	0,232	0,321	0,408	0,508
$\sigma_1^e \cdot 9,81$ (МПа) (I метод)	657	727	787	890	1015	1385	2592	3118
$\sigma_1^e \cdot 9,81$ (МПа) (II метод)	600	800	1000	1000	1500	2000	-	-
$\sigma_1^e \cdot 9,81$ (МПа) по данным [1]	600	860	1000	1150	1450	1800	2000	2000

упругости при различных видах напряженного состояния (с) по следующим зависимостям [4]:

– для талькохлорита:

$$\sigma_1^e = \sigma_1^e(c) = \frac{2S_0^e}{(1-c)(\cos 2\beta_0 + k_1 \sin 2\beta_0)},$$

где  $k_1 = 2$ ,  $\alpha_0^0 = 26,6^0$ ,  $S_0^e = 800 \cdot 9,81$  МПа;

– для мрамора II:

$$\sigma_1^e = \sigma_1^e(c) = \frac{2S_0^e \cos 2\beta_0}{(1-c)(1+k_2 \sin 2\beta_0 \cos 2\beta_0)},$$

$$S_0^e = S_0^{0e} e^{(\rho c + \rho c^2)},$$

где  $k_2 = 2,333$ ,  $\alpha_0^0 = 23,2^0$ ,  $S_0^{0e} = 766,39 \cdot 9,81$  МПа,  $S_0^{0e} = 766,39 \cdot 9,81$ ,  $\rho = -5,09$ .

В таблицах 1 и 2 представлены значения пределов упругости при различных напряженных состояниях для талькохлорита и мрамора II, определенные предложенными методами в сравнении с экспериментальными данными [1].

Таким образом, анализ предложенных методов определения предела упругости для горных пород, позволил сделать следующие выводы.

Достоинством первого метода является простота его применения – для определения предела

упругости не требуется производить излишне громоздких расчетов. К недостаткам метода можно отнести малую точность определения значения предела упругости (с точностью до построения); невозможность определения предела упругости при  $c \geq 0.3 \dots 0.5$ , так как при таких значениях напряженного состояния график зависимости  $\theta(P)$  не обнаруживает тенденций к заметному отклонению от единой аппроксимированной линейной функции  $\theta(P)$ .

Во втором методе для определения механических характеристик при трехосном сжатии предлагается использовать экспериментальные данные только одноосного сжатия. К достоинствам данного метода можно отнести возможность определения пределов упругости при всех видах напряженного состояния, а также возможность существенного уточнения значений пределов упругости по сравнению с данными [1]. Применение этого метода требует, по сравнению с первым методом, большее количество экспериментальных данных, которые включают предел упругости и угол среза при одноосном сжатии, либо (вместо последнего) пористость материала, что является существенным недостатком метода.

Таким образом, первый метод можно рекомендовать для проведения экспресс-расчета пределов упругости для ограниченного диапазона значений видов напряженного состояния. Второй метод может найти применение для уточненного расчета значений пределов упругости при произвольном трехосном сжатии. Он также позволит существенно снизить затраты на проведение экспериментальных исследований (т. к. для расчетов достаточно провести эксперимент только на одноосное сжатие).

#### *Литература*

1. *Ставрогин А.Н., Протосеня А.Г.* Пластичность горных пород / А.Н. Ставрогин, А.Г. Протосеня. М.: Недра, 1979. 305 с.
2. *Рычков Б.А.* Концепция скольжения и механика ортотропного материала / Б.А. Рычков // Известия РАН. МТТ. 1996. № 1. С. 70–79.
3. *Muzino E., Chen W.F., Asce M.A.* PLASTICITY MODELS FOR SOILS / E. Muzino W.F. Chen M.A. Asce. Theory and Calibration proceeding of the workshop on limit equilibrium // Plasticity and Generalized Stress-Strain In Geotechnical Engineering. McGill University, 1980. P. 553–591.
4. *Рычков Б.А., Лужанская Т.А.* Способ определения предельных характеристик горных пород / Б.А. Рычков, Т.А. Лужанская // Материаловедение. Бишкек, 2013. № 2. С. 166–169.