

## УПРУГОСТЬ И НЕУПРУГОСТЬ СЕРОГО ЧУГУНА

*Б.А. Рычков, В.А. Паняев, И.В. Гончарова*

Показано, что условия упругости и прочности выражаются на основе свойств огибающей к соответствующим предельным кругам Мора. Выявлен механизм разрыхления чугуна, которое при определенном напряженном состоянии сменяется уплотнением. Достигнуто соответствие расчетных и экспериментальных данных для чугуна СЧ15-32.

*Ключевые слова:* упругость; прочность; круги Мора; деформации.

**1. Техника эксперимента.** Объектом исследования являлся серый чугун, близкий по химическому составу и механическим свойствам к марке СЧ15-32. Из чугуна одной плавки отливали болванки диаметром 80–90 мм и длиной 450–480 мм; при этом выдерживали одну технологию заливки материала в литейные формы, что обеспечивало получение отливок примерно одинакового качества.

Замеры деформаций осуществляли с помощью тензодатчиков сопротивления ФКПА-5-100, ФКПА-10-100, ПКБ-20-100, которые наклеивали согласно заводской технологии с двух противоположных сторон в средней части образца. Определение коэффициента тензочувствительности тензодатчиков производили выборочно для 5–6 % от общего количества датчиков в серии.

**2. Проверка материала на однородность механических свойств и изотропию.** Специальные эксперименты были поставлены для выяснения вопроса о том, как меняются механические свойства материала по высоте и поперечному сечению болванок. Этим преследовали цель получить рекомендации по выбору места в отливке для изготовления образцов, обладающих близкими механическими свойствами.

Болванку подвергали обработке фрезерованием по всей длине с двух противоположных сторон с таким расчетом, чтобы из нее получилась пласти-

на толщиной 30, шириной 70–80 и длиной около 400–430 мм. Всего было изготовлено три таких пластины. Из определенных мест по высоте этих пластин в направлении продольной оси пластины под углом 45° и в поперечном направлении вырезали образцы диаметром 20 и длиной 50 мм, которые затем испытывали на одноосное сжатие. Результаты эксперимента показали, что наибольшую прочность имеют образцы, вырезаемые из нижней части болванки, что объясняется повышенной скоростью охлаждения чугуна при затвердевании (более мелкое зерно). Колебания по прочности образцов каждой группы лежат в широких пределах. По высоте стержня (на участке  $\frac{3}{4}$  длины отливки за исключением нижней части) они невелики и находятся в пределах разброса эксперимента. Отклонения по средним значениям модуля упругости для каждой из трех различно ориентированных групп образцов не превышали 4 %. Аналогичная картина имела место и для коэффициента поперечной деформации (отношение поперечной деформации к продольной). Все это указывает на незначительность имеющейся в материале анизотропии и дает основание считать его изотропным.

Кроме того, исследовали вопрос о том, как изменяется прочность материала (сопротивление отрыву) по поперечному сечению болванки. Из различных слоев по радиусу этого сечения в направле-

нии продольной оси отливки вырезали сплошные круглые образцы одного и трубчатые образцы трех видов, их поперечные сечения в рабочей части, совмещенные в одной плоскости, представляли систему концентрических колец и расположенного в их центре круга. На образцы в продольном и поперечном направлениях наклеивали тензодатчики сопротивления. Растягивающая нагрузка передавалась посредством специальных штанг через шаровые сочленения, навинчиваемые на головки образца, чем обеспечивалось осевое приложение силы.

Как и следовало ожидать, слои материала, находящиеся ближе к поверхности стержня, в силу повышенной скорости охлаждения при затвердевании имеют большую прочность и она падает к центру отливки. Однако для центральной части стержня (в диаметре до 34 мм) эти колебания составляли около 2,5 %.

В дальнейшем при изготовлении образцов выбирали участок отливки в пределах  $\frac{3}{4}$  длины, за исключением нижней ее части, составляющей около 80 мм. Наружный диаметр образцов не превышал 35 мм. Материал в указанном месте болванки можно считать однородным по механическим свойствам и изотропным.

**3. Наибольшие круги Мора и огибающая к ним.** При пропорциональном нагружении кручением с растяжением (сжатием) трубчатых образцов чугуна получены значения главных деформаций  $(\varepsilon_1, \varepsilon_3)$  при различных отношениях главных напряжений  $(\sigma_1, \sigma_3)$ . Образцы доводились до разрушения. В таблице 1 в первой строке представлено задаваемое в опыте отношение  $\sigma_1/\sigma_3$  или  $|\sigma_3|/\sigma_1$ , причем  $\sigma_1$  – это предельное растягивающее напряжение, а  $\sigma_3$  – предельное сжимающее напряжение (т.е.  $\sigma_1 > 0, \sigma_3 < 0$ ). В следующих двух строчках указаны значения этих пределов прочности при соответствующих видах напряженного состояния. Последний (для проведения расчетов) характеризуется еще параметром  $c = \sigma_3/\sigma_1$ , для чего главные напряжения были переобозначены: сжимающие напряжения считались положительными и максимальными, а растягивающие напряжения полагались отрицательными.

В последних двух строчках таблицы 1 приведены расчетные (взяты по модулю) значения  $\sigma_1^T, \sigma_3^T$ , вычисленные (с соответствующей перестановкой индексов) по формуле [1]:

$$\sigma_1(c) = \frac{c \left[ 1 + (\sigma_c/\sigma_p)^2 \right] + \sqrt{c^2 \left[ 1 - (\sigma_c/\sigma_p)^2 \right]^2 + 4(\sigma_c/\sigma_p)^2}}{2(1-c^2)(\sigma_c/|\sigma_p|)} \sigma_c. \quad (1)$$

Для расчетов приняты экспериментальные значения пределов прочности на растяжение

и сжатие:  $\sigma_c = 58,5 \text{ кгс/мм}^2, |\sigma_p| = 17,1 \text{ кгс/мм}^2$ . Размерность всех напряжений такая же.

Согласно данным таблицы 1, расхождение между расчетными и экспериментальными значениями указанных пределов прочности составляет от +15 % до -5 %. Это находится в пределах точности измеряемых величин.

Построение огибающей к предельным кругам Мора подробно рассмотрено в работах [1, 2]. Здесь укажем только координаты точки касания  $(\sigma, \tau)$  огибающей к кругам Мора:

$$\sigma = \frac{c + \sigma_3'}{1 + \sigma_3'} \sigma_1, \quad \tau = \pm \frac{(1-c)\sqrt{\sigma_3'}}{1 + \sigma_3'} \sigma_1, \quad (2)$$

$$\text{где } \sigma_3' = \frac{2\sigma_1(\sigma_c/\sigma_p)^2}{\sqrt{4\sigma_1^2(\sigma_c/\sigma_p)^2 + \sigma_c^2[1 - (\sigma_c/\sigma_p)^2]}}. \quad (3)$$

**4. Деформация серого чугуна.** При чистом кручении тонкостенного цилиндрического образца чугуна наблюдается его осевое удлинение. Такая деформация может сопровождаться (в соответствии с гипотезой В.В. Новожилова) всесторонним разрыхлением материала. Действительно, сумма значений максимальной ( $\varepsilon_1 > 0$ ) и минимальной ( $\varepsilon_3 < 0$ ) главных деформаций (измеренных в направлениях под углом  $\pm 45^\circ$  к оси образца) почти точно равна (см. таблицу 2) зафиксированной в опыте осевой деформации ( $\varepsilon_z > 0$ ). Последняя, следовательно, является результатом определяемой таким образом деформации разрыхления ( $\Gamma_p$ ), т.е.  $\Gamma_p = 0,5(\varepsilon_1 + \varepsilon_3) = 0,5(\Gamma_1 + \Gamma_3)$ , причем  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_3$  – неупругие деформации. Кроме того, в соответствии с постулируемым механизмом пластической деформации, считается, что чисто пластические составляющие неупругой деформации ( $\Gamma_1^n, \Gamma_3^n$ ) связаны соотношением  $\Gamma_1^n = -\Gamma_3^n$ .

Таким образом, полная деформация разделяется на упругую, чисто пластическую (не вызывающую изменения объема материала) и деформацию разрыхления.

Правомочность такого разделения подтвердилась и при анализе результатов опытов на сжатие с кручением трубчатого образца. При отношении сжимающего главного напряжения ( $\sigma_3$ ) к растягивающему главному напряжению ( $\sigma_1$ ), равному 1,4, также отмечено осевое удлинение  $\varepsilon_z > 0$ . Складывая экспериментально замеренное значение деформации  $\varepsilon_z$  со значением упругой деформации  $\varepsilon_z$  (вычисляемой по заданному напряжению  $\sigma_z < 0$ ), получим, что их сумма ( $\varepsilon_z + |\varepsilon_z|$ ) опять (с той же точностью как при кручении) равна расчетной деформации разрыхления  $\Gamma_p$ . (см. таблицу 3). При

Таблица 1

$\sigma_1/ \sigma_3 $ $ \sigma_3 /\sigma_1$	1	2	4,6	1,4	2	4,9	9,8
$\sigma_1$	14,1	14,5	15,60	13,9	12,3	8,9	5,28
$ \sigma_3 $	14,1	7,46	3,40	19,7	24,1	43,0	51,2
$-c$	1	2	4,60	0,7143	0,5	0,2041	0,102
$\sigma_1^T$	15,75	16,72	17,02	14,78	13,31	8,36	4,96
$\sigma_3^T$	15,75	8,36	3,70	20,7	26,62	40,95	48,67

Таблица 2

$\tau = \sigma_1 = -\sigma_3$	$\varepsilon_1$	$ \sigma_3 $	$\Gamma_1$	$ \Gamma_3 $	$\Gamma_p$	$\varepsilon_z$
7,63	0,15	0,12	0,0411	0,0141	0,0135	0,018
8,17	0,17	0,13	0,0536	0,0186	0,0175	0,022
8,72	0,19	0,15	0,0699	0,0259	0,022	0,027
9,26	0,22	0,16	0,0865	0,0325	0,027	0,031
9,81	0,24	0,18	0,1068	0,0408	0,033	0,038
10,4	0,28	0,19	0,1316	0,0486	0,0415	0,048
10,9	0,32	0,22	0,1667	0,0637	0,0515	0,059
11,4	0,36	0,24	0,2037	0,0807	0,0615	0,07
12	0,42	0,26	0,2504	0,0974	0,0765	0,083
12,5	0,5	0,3	0,3295	0,1255	0,102	0,097
13,1	0,6	0,34	0,4151	0,1621	0,1265	0,118
13,6	0,72	0,4	0,5272	0,2132	0,157	0,138
13,9	0,77	0,42	0,579	0,231	0,174	0,158

Таблица 3

$\sigma_1$	$ \sigma_3 $	$\varepsilon_1$	$ \sigma_3 $	$\varepsilon_z$	$\Gamma_1$	$ \Gamma_3 $	$\Gamma_p$	$ e_z $	$\Gamma_p^{ЭКП} = \varepsilon_z +  e_z $
8,19	11,6	0,203	0,194	-0,01	0,0799	0,042	0,01876	0,03693	0,02693
9,1	12,9	0,252	0,225	-0,007	0,1152	0,056	0,02939	0,04227	0,03527
10	14,2	0,352	0,295	-0,001	0,2016	0,109	0,04607	0,0465	0,0455
10,9	15,5	0,473	0,396	0,013	0,309	0,194	0,05774	0,05083	0,06383
11,8	16,8	0,634	0,487	0,029	0,4564	0,268	0,09441	0,05495	0,08395
12,3	17,4	0,77	0,583	0,044	0,5852	0,356	0,11483	0,05717	0,10117
12,7	18,1	0,85	0,634	0,061	0,6588	0,398	0,13059	0,05918	0,12018
13,2	18,7	0,938	0,704	0,072	0,7396	0,46	0,14	0,0614	0,1334
13,7	19,4	1,05	0,744	0,091	0,8441	0,49	0,17684	0,0634	0,1544

вычисления  $\Gamma_p$  указанным выше образом вначале из значений главных деформаций вычитались соответствующие значения их упругих составляющих.

В опыте на сжатие с кручением трубки при  $|\sigma_3|/\sigma_1 = 2$  изменения осевой деформации ( $\varepsilon_z$ ) зафиксировано не было. Согласно предлагаемой модели деформации в этом случае деформация  $\varepsilon_z$  практически оказалась равной деформации разрыхления.

Разрыхление возрастает при растяжении с кручением образцов (при  $\sigma_1/|\sigma_3| > 1$ ), достигая мак-

симального значения при одноосном растяжении, убывает по мере увеличения отношения  $|\sigma_3|/\sigma_1$  и при некотором значении этого отношения сменяется уплотнением материала, которое становится максимальным при одноосном сжатии.

Если ввести коэффициент дилатансии ( $\lambda$ ) как отношение деформации разрыхления  $\Gamma_p$  к компоненте чисто пластической главной деформации  $\Gamma_1^n$ , то в зависимости от коэффициента Лоде-Надаи для напряжений ( $\mu_\sigma$ ) он изменяется в рассмотренных случаях нагружения по линейному закону

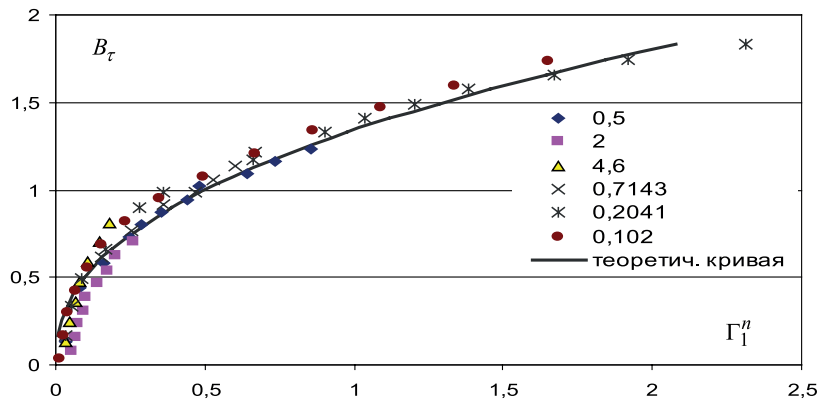


Рисунок 1 – Зависимость  $\Gamma_1^n(B_\tau)$ . Точки – значения  $\Gamma_1^n$ , полученные вычитанием упругой деформации  $\epsilon_1$  и деформации дилатансии  $\Gamma_p$  из экспериментальных значений полной деформации  $\epsilon_1$  при  $c$  0,5, 2, 4,6, 0,7143, 0,2041, 0,102, сплошная линия построена на основании зависимостей (5) и (6)

$$\lambda = -0,5111\mu_\sigma + 0,3421. \quad (4)$$

Причем  $\lambda$  не зависит от уровня напряженного состояния.

Предположение о том, что при рассмотренных напряженных состояниях происходит плоскопластическая деформация (сопровождаясь либо разрыхлением, либо уплотнением материала), подтверждается значениями главных неупругих деформаций, выделяемых из экспериментально определенных деформаций  $\epsilon_i$ , ( $i = 1, 3$ ) следующим образом.

Перед проведением основной серии испытаний было установлено, что данный материал является изотропным и его упругие характеристики при растяжении и сжатии одинаковы. Следовательно, упругие составляющие  $\epsilon_i$ , ( $i = 1, 3$ ) главных деформаций можно вычислять по линейному закону Гука. В случаях сжатия с кручением образцов, когда  $|\sigma_3|/\sigma_1 = 4,9$  и  $9,8$ , было получено: в первом случае  $\lambda = 0,04$ , во втором случае  $\lambda = -0,06$ . В обоих случаях  $\epsilon_1 - \epsilon_1 \approx |\epsilon_3 - \epsilon_3|$ , независимо от уровня напряжений, превышающего пределы упругости.

Таким образом, упругие деформации определяются по закону Гука. Учитывая зависимость (4) коэффициента дилатансии  $\lambda$  от вида напряженного состояния, для вычисления теоретических значений неупругих деформаций достаточно найти закон изменения чисто пластических составляющих деформаций в зависимости от роста напряжений.

Пределы текучести, отождествляемые с пределами упругости, подчиняются соотношению (1), в котором вместо пределов прочности ( $\sigma_c, \sigma_p$ ) следует подставить значения пределов текучести при сжатии ( $\sigma_{Tc}$ ) и растяжении ( $\sigma_{Tp}$ ). Для расчетов

в соответствии с экспериментальными диаграммами упрочнения было принято:  $\sigma_{Tc} = 18,4 \text{ кгс/мм}^2$ ,  $\sigma_{Tp} = 8,5 \text{ кгс/мм}^2$ .

Для определения чисто пластической деформации ( $\Gamma_1^n = -\Gamma_3^n$ ), следуя модели Леонова–Швайко [4], введено сопротивление сдвигу ( $S_{nl}$ ) в плоскости с нормалью  $n$  в направлении скольжения  $l$ . В данном случае оно принято в виде:

$$S_{13} = \tau_{\max}^T (1 + \Psi \Gamma_{13}^n), \quad (\Gamma_{13}^n = \Gamma_1^n - \Gamma_3^n), \quad (5)$$

где  $\tau_{\max}^T$  – максимальное касательное напряжение при достижении предела текучести (определяемого согласно (1)),  $\Psi$  – материальная функция.

Из условия равенства в области скольжений сопротивления сдвигу максимальному касательному напряжению имеем:

$$\Gamma_1^n = \frac{B_\tau - 1}{\Psi}, \quad \text{где } B_\tau = \frac{\tau_{\max}}{\tau_{\max}^T}. \quad (6)$$

Экспериментальным данным удовлетворяет степенная функция  $\Psi$ :

$$\Psi = k(B_\tau - 1)^\alpha, \quad (\alpha, k - \text{const}). \quad (7)$$

Зависимость  $\Gamma_1^n(\tau_{\max})$  показана на рисунке 1 при  $k=1$ ,  $\alpha = -1,35$ . Сопоставление расчетных и экспериментальных диаграмм упрочнения приведено на рисунках 2 и 3.

В заключение отметим, что предлагаемая модель достаточно хорошо отражает кинематику неупругой деформации и кинетику разрушения хрупких тел. Вместе с тем, она значительно проще, чем подобные модели, например [4]; ее параметры определяются по экспериментальным данным либо одноосного сжатия и растяжения, либо по данным сжатия и еще какого-либо одного исходного вида напряженного состояния. Результаты настоящего исследования доложены на X Всероссийском

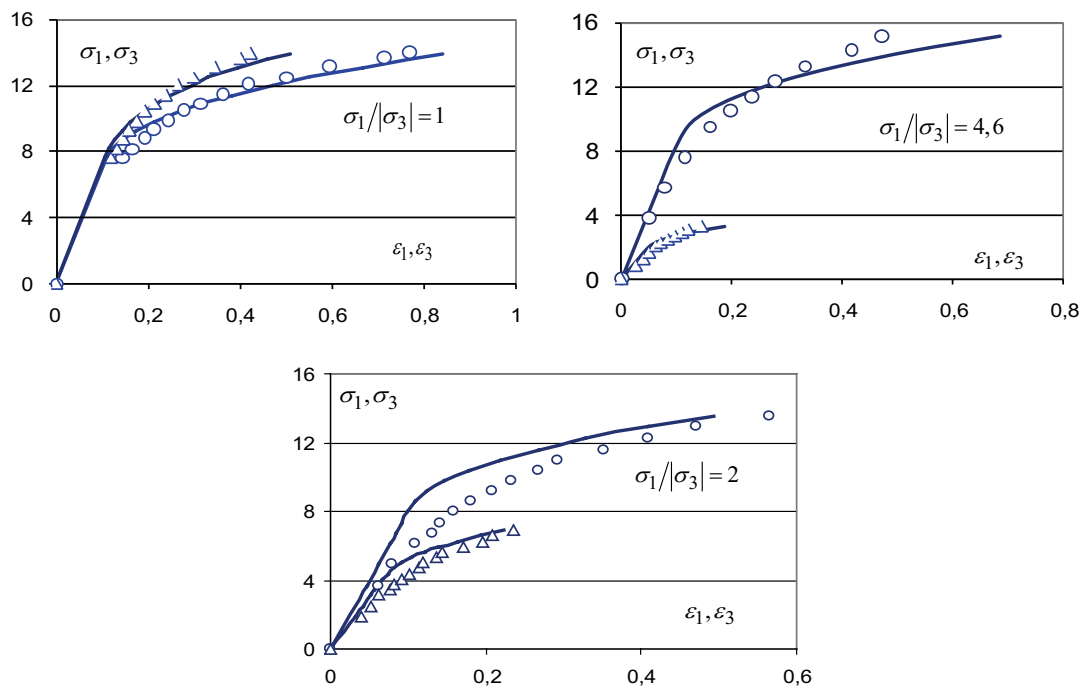


Рисунок 2 – Сопоставление расчетных (сплошные линии) и экспериментальных (точки) диаграмм упрочнения при  $\sigma_1/|\sigma_3| = 1, 2, 4, 6$

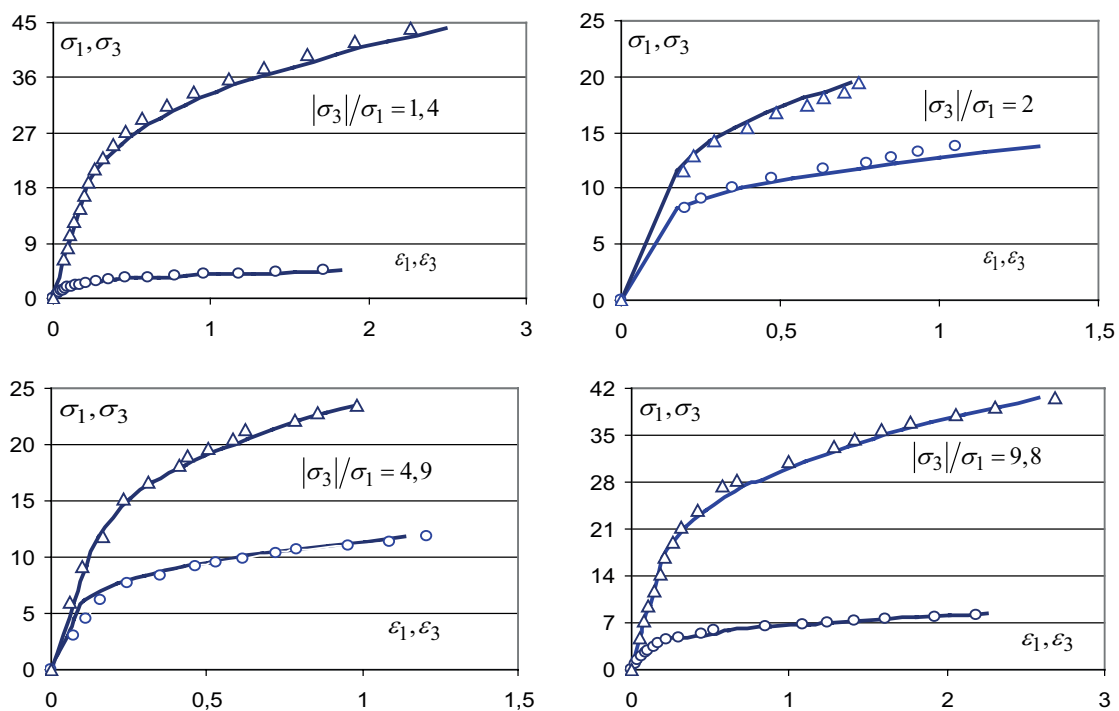


Рисунок 3 – Сопоставление расчетных (сплошные линии) и экспериментальных (точки) диаграмм упрочнения при  $|\sigma_3|/\sigma_1 = 1, 4, 2, 4, 9, 9, 8$

съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики [5].

### *Литература*

1. *Жигалкин В.М., Лужанская Т.А., Рычков Б.А., Усольцева О.М., Цой П.А.* О теоретическом и экспериментальном построении огибающей предельных кругов Мора // Физико-технические проблемы разработки полезных ископаемых. 2010. № 6. С.25–36.
2. *Рычков Б.А., Маматов Ж.Ы., Кондратьева Е.И.* Определение предела прочности на растяжение для горных пород по экспериментальным данным трехосного сжатия // ФТПРПИ. 2009. № 3. С.40–45.
3. *Леонов М.Я., Швайко Н.Ю.* Сложная плоская деформация // ДАН СССР. 1965. Т.150. № 5. С.1007–1010.
4. *Ковальчук Б.И.* О деформировании полухрупких тел // Проблемы прочности. 1982. № 9. С.51–57.
5. *Гончарова И.В., Рычков Б.А.* Пластическая деформация и дилатансия серого чугуна // Матер. X ВСФПТПМ // Вестник Нижегородского гос. ун-та им. Н.И. Лобачевского. 2011. № 4. Ч. 4. С.1743–1744.