

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ИНДУКЦИОННОГО НАГРЕВА ОБСАДНОЙ КОЛОННЫ НЕФТЯНОЙ СКВАЖИНЫ В ХОЛОДНОМ РЕЖИМЕ

Л.Г. Лелёвкина, О.Д. Будникова

Численно решена практическая задача оптимального индукционного нагрева обсадной колонны нефтяной скважины в холодном режиме и впервые прослежена пространственная зависимость минимизируемого функционала от штрафных параметров. Даны практические рекомендации по выбору параметров.

Ключевые слова: обсадная колонна; нефтяная скважина; индукционный нагрев; оптимизация процесса; холодный режим.

1. Постановка задачи. В работе [1] была получена структура оптимального управляющего воздействия в интегральной форме в общем виде для различных режимов нагрева без учета специфики мощности внутренних источников нагрева в каждом режиме. В холодном режиме [1] мощность внутренних источников нагрева квадратично зависит от радиуса цилиндра индуктора.

Холодный режим нагрева длится до тех пор, пока температура поверхности цилиндра не достигает точки Кюри (730–770°C). На этом этапе стальное изделие сохраняет ферромагнитные свойства. Если ферромагнитное тело помещено в переменное магнитное поле, вектор напряженности которого параллелен поверхности тела, то плотность индукционного тока уменьшается от поверхности цилиндра вглубь металла по линейному закону и функция распределения внутренних источников тепла в холодном режиме нагрева имеет вид [2]:

$$w(r) = \begin{cases} \frac{2868 \cdot R(r - R + x)^2}{(4R - x)x^3}, & R - x \leq r \leq R, \\ 0, & 0 \leq r < R - x, \end{cases} \quad (1)$$

Здесь R – радиус цилиндра, $x = 1,46 \cdot \Delta_1$ – расстояние от поверхности цилиндра до того слоя, где плотность тока равна нулю; $\Delta_1 = 5030 \cdot \sqrt{\frac{\rho_1}{\mu \cdot f}}$ – глубина проникновения в металл электромагнитной волны; ρ_1 – удельное сопротивление на первом этапе; f – частота тока в индукторе; μ – магнитная проницаемость.

Управляемый процесс индукционного нагрева в холодном режиме с распределенными источниками энергии в области $Q = \{0 < t \leq t_1, 0 < r < R\}$ описывается уравнением теплопроводности [2]

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{a}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{a}{\lambda} V(t, r) \quad (2)$$

с начальным условием

$$T(0, r) = \varphi_1(r) \quad (3)$$

и граничными условиями

$$\frac{\partial T(t, 0)}{\partial r} = 0, \quad \left. \frac{\partial T(t, r)}{\partial t} \right|_{r=R} = h [T_R - T(t, R)], \quad (4)$$

где $a = \frac{\lambda}{c\rho}$ – коэффициент температуропроводности при постоянных λ , c , ρ ; $V(t, r)$ – мощность внутренних источников тепла, $\frac{a}{\lambda} V(t, r) = w(r)u(t)$, где $w(r)$ – функция плотности распределения внутренних источников тепла, определяемая в общем виде формулой (1).

$T_R = \text{const}$ – температура внешней среды, которая считается постоянной, $h = \text{const} > 0$, – коэффициент теплообмена; $u(t) \in W_2^1(0, t_1)$; $\varphi_1(r) \in W_2^1(0, R)$.

$u(t)$ – управление, которое согласно физической сущности процесса индукционного нагрева удовлетворяет ограничению

$$0 \leq u(t) \leq u_{\max}, \quad (5)$$

u_{\max} – заданное число, характеризующее максимальную удельную мощность нагрева.

При заданном начальном и конечном распределении температуры и фиксированном времени нагрева критерием оптимальности служит расход электроэнергии, который характеризуется функционалом [3]:

$$J_1[u] = 2\pi l \int_0^R \int_0^{t_1} V(t, r) r dt dr. \quad (6)$$

Требуется среди всех допустимых управлений $u(t)$ найти такое управление $u_0(t)$, которое вместе с соответствующим ему решением $T^0(t, r)$ краевой задачи (2)–(4) минимизирует линейный функционал (6) и при $t = t_1$ выполняется

$$T(t_1, r) = \varphi_2(r), \quad (7)$$

где $\varphi_2(r)$ – заданная функция из пространства $W_2^1(0, R)$ характеризующая конечное распределение температуры.

В силу некорректности задачи минимизации линейного функционала, для его регуляризации применяется метод штрафных функций [3].

Для снятия ограничений (5) и (7), которые накладываются на управляющее воздействие и конечное распределение температуры, вводятся следующие функции штрафа [3]:

$$\Phi[u, \gamma, c] = \frac{1}{\gamma} \int_0^{t_1} [u(t) - c]^2 dt, \quad \Phi_1[u, \beta] = \frac{1}{\beta} \int_0^R r [T(t_1, r) - \varphi_2(r)]^2 dr.$$

Тогда задача минимизации линейного функционала заменяется задачей минимизации функционала следующего вида:

$$F[u, \beta, \gamma, c] = F_1[u, \gamma, c] + \Phi_1[u, \beta] = \beta \left\{ \gamma \int_0^{t_1} u(t) dt + \int_0^{t_1} [u(t) - c]^2 dt \right\} + \int_0^R r [T(t_1, r) - \varphi_2(r)]^2 dr. \quad (8)$$

Преобразовывая функционал (8) получим квадратичный функционал вида:

$$F[v, \beta, \gamma, c] = \beta \int_0^{t_1} v^2(t) dt + \int_0^R r [T(t_1, r) - \varphi_2(r)]^2 dr - \mu(\beta, \gamma, c), \quad (9)$$

где $\mu(\beta, \gamma, c) = \frac{\gamma \beta t_1 (\gamma - 4c)}{4}$; $v(t) = u(t) - c + \frac{\gamma}{2}$.

Тогда исходная задача (2)–(4) принимает вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{a}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + v(t)w(r) - \frac{\gamma - 2c}{2} w(r), \quad (2')$$

$$T(0, r) = \varphi_1(r), \quad \left. \frac{\partial T(t, r)}{\partial r} \right|_{r=R} = h[T_R - T(t, R)] \quad (4')$$

Задача оптимального управления процессом индукционного нагрева сводится к следующей: требуется среди всех допустимых управлений $u(t)$ найти такое управление $u_0(t)$, которое вместе с соответствующим ему решением $T^0(t, r)$ краевой задачи (2')–(4') минимизирует квадратичный функционал (9) и при $t = t_1$ выполняется (7).

2. Структура оптимального управляющего воздействия. Согласно необходимому условию оптимальности для систем с распределенными параметрами [1]:

$$F(v + \Delta v) - F(v) \geq 0.$$

Для того чтобы приращение функционала было положительным достаточно выполнения следующего равенства:

$$\int_0^{t_1} \Delta v \left[2\beta v - \int_0^R w(r)\psi(t,r)dr \right] dt = 0.$$

Из последнего равенства получаем структуру оптимального управляющего воздействия:

$$v(t) = \frac{\int_0^R w(r)\psi(t,r)dr}{2\beta}. \quad (10)$$

Тогда искомое оптимальное управление примет вид:

$$u(t) = c - \frac{\gamma}{2} + \frac{\int_0^R r w(r)\psi(t,r)dr}{2\beta}, \quad (11)$$

$$\text{где } w(r) = \begin{cases} \frac{2868 \cdot R(r - R + x)^2}{(4R - x)x^3}, & R - x \leq r \leq R, \\ 0, & 0 \leq r < R - x. \end{cases}$$

3. Численная реализация задачи в среде Borland Delphi 7 и анализ полученных результатов.

Холодный режим нагрева рассматривается до температуры поверхности цилиндра (730–750°C). Функция распределения внутренних источников тепла в холодном режиме нагрева имеет вид (1).

При численных расчетах в холодном режиме были использованы данные из работы [4]:

$$\lambda_1 = 45 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}, \quad c_1 = 461 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, \quad \rho_1 = 7900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \quad f = 50 \text{ Гц}, \quad R = 4,5 \text{ см}, \quad a_1 = \frac{\lambda_1}{c_1 \cdot \rho_1} = 0,123 \frac{\text{см}^2}{\text{сек}}, \quad h = 0,016, \\ T_R = 20^\circ \text{C}.$$

Конечное распределение температуры по сечению $0 \leq r \leq R$ в горячем режиме задается функцией: $\varphi_2(r) = 270 + \frac{480}{R} \cdot r$.

В результате проведенных численных экспериментов исследовались пространственные зависимости значений минимизируемого функционала F от значений времени нагрева t_1 и коэффициентов c, γ, β .

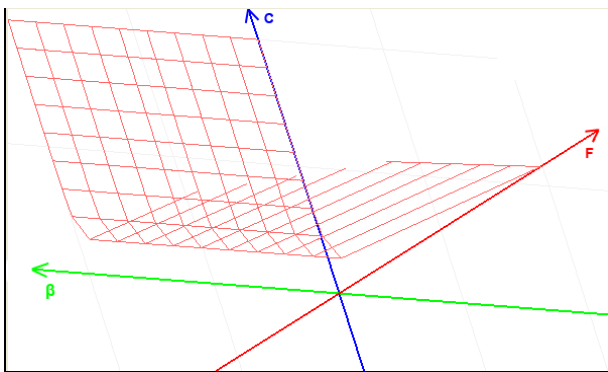


Рис. 1. Зависимость функционала F от параметров c, β .

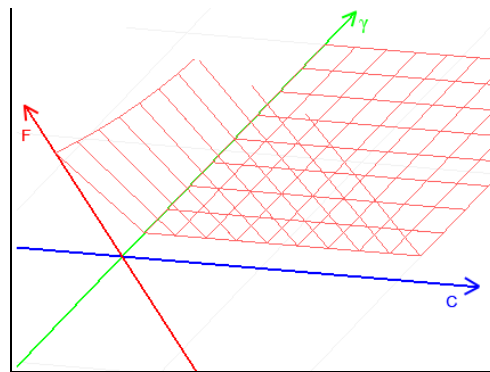


Рис. 2. Зависимость функционала F от параметров c, γ .

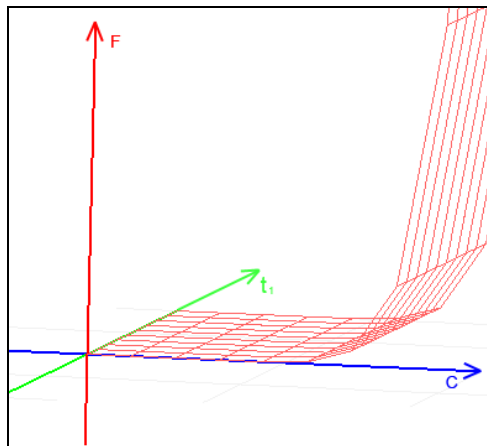


Рис. 3. Зависимость функционала F от параметров c , t_1 .

Исследования зависимостей минимизируемого функционала F от параметров t_1 , c , γ , β показало, что наилучшие результаты, представленные на рис. 1 – 3 получаются при $\beta = 10^5 - 10^6$, $\gamma = 10^{-4} - 10^{-9}$, $c = 0,28$ при этом соответствующие минимальные значения функционала $F = 2,0728$ кДж (рис. 1), $F = 1,2856$ кДж (рис. 2), $F = 3,1169$ кДж (рис. 3).

Литература

1. *Лелевкина Л.Г., Новиков И.* Оптимизация индукционного нагрева обсадной колонны нефтяной скважины в холодном режиме // Докл. II межд. конф. “Проблемы управления и информатики”. – Бишкек, 2007. – С. 203–208.
2. *Егоров А.И.* Основы теории управления. – М.: Физматлит, 2004. – 464 с.
3. *Васильев Ф.П.* Численные методы решения экстремальных задач. – М.: Наука, 1988. – 403 с.
4. *Ковалева Л.А., Насыров Н.М. и др.* Изучение теплопроводности высоковязких углеводородных систем методом экспериментального и математического моделирования // ПМТФ. – 2005. – Т. 46. – С. 96–102.