

УДК 622.023.2

DOI: 10.36979/1694-500X-2022-22-8-198-205

КРАТКИЙ КАТАЛОГ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ГОРНЫХ ПОРОД

Б.А. Рычков, И.В. Гончарова

Аннотация. Рассмотрен метод составления каталога механических свойств горных пород, который содержит сведения о теоретических и экспериментальных значениях пределов прочности при объемном сжатии и при одноосном растяжении и сжатии. Согласно ГОСТ 21153.8–88, паспортом прочности горных пород считается огибающая к предельным кругам Мора. Для построения паспорта прочности использованы экспериментальные данные для разнообразных горных пород. Аппроксимация экспериментальных данных осуществлена на основе критерия прочности Дуйшеналиева–Койчуманова. Приведена методика определения материальных констант, входящих в используемый критерий прочности. Показано, что при этом процедуру построения паспорта прочности горных пород, предусмотренную ГОСТ 21153.3–88, можно упростить.

Ключевые слова: критерий прочности; огибающая предельных кругов Мора; плоскость среза.

ТОО ТЕКТЕРИНИН МЕХАНИКАЛЫК КАСИЕТТЕРИНИН КЫСКАЧА КАТАЛОГУ

Б.А. Рычков, И.В. Гончарова

Аннотация. Макалада тоо тектеринин механикалык касиеттеринин каталогун түзүү ыкмасы каралат, анда жапырт кысуудагы жана бир октуу чыңалуудагы жана кысуудагы эң жогорку бекемдиктин теориялык жана эксперименталдык маанилери жөнүндө маалымат камтылган. МАМСТ 21153.8–88ге ылайык, Мордун чектүү чөйрөлөрүн айланып өтүү тоо тектеринин бекемдигинин паспорту болуп эсептелет. Күч паспортун түзүү үчүн ар түрдүү тоо тектери боюнча эксперименталдык маалыматтар колдонулган. Эксперименттик маалыматтарды жакындаштыруу Дуйшеналиев-Койчумановдун бекемдик критерийинин негизинде жүргүзүлдү. Колдонулган бекемдик критерийине кирген материалдык константаларды аныктоонун ыкмасы берилген. Бул учурда, МАМСТ 21153.3-88 тарабынан каралган тоо тектеринин бекемдигинин паспортун түзүү жол-жобосу жөнөкөйлөштүрүлүшү мүмкүн экендиги көрсөтүлгөн.

Түйүндүү сөздөр: күч критерийи; Мордун чектүү чөйрөлөрүн айланып өтүү; кесилген тегиздик.

BRIEF CATALOG OF MECHANICAL PROPERTIES OF ROCKS

B.A. Rychkov, I.V. Goncharova

Abstract. The method of compiling a catalog of the mechanical properties of rocks is considered, which reflects information about the theoretical and experimental values of the ultimate strength in bulk compression and in uniaxial tension and compression. According to GOST 21153.8–88, the envelope to Mohr's limiting circles is considered to be a rock strength passport. In this article, experimental data for various rocks are used to build a strength passport. Approximation of experimental data was carried out on the basis of the Duishenaliev-Koichumanov strength criterion. The method of determining the material constants included in the strength criterion used is given. It is shown that in this case, the procedure for constructing a rock strength passport provided for by GOST 21153.3–88 can be simplified.

Keywords: strength criterion; envelope of Mohr's limiting circles; shear plane.

Введение. Как известно, горные породы в естественном залегании в массивах и в окрестностях различных выработок находятся в состоянии неравномерного трехосного сжатия. Это состояние моделируется испытаниями стандартных цилиндрических образцов на установках по известной схеме Т. Кармана, которые регламентируются ГОСТ 21153.8–88 [1]. По экспериментальным значениям

пределов прочности строятся (в координатах нормального и касательного напряжений) так называемые наибольшие предельные круги Мора; огибающая к этим кругам считается паспортом прочности горных пород. Для отображения предельного состояния при разрушении вводятся различные критерии прочности на основе теоритических представлений о возможных соотношениях между главными напряжениями тензора напряжений. При этом устанавливаются как пределы прочности, так и ориентация площадки среза в момент разрушения образца. Наиболее перспективной считается гипотеза О. Мора о существовании определенной зависимости между нормальным и касательным напряжениями в площадке среза. Эта зависимость при известных (или прогнозируемых) пределах прочности графически представляется соответствующими, так называемыми кругами Мора, имеющими плавную огибающую линию. В работе [2] получена (строго математически) в явном виде зависимость минимального главного напряжения от максимального, позволяющая построить такую огибающую. Эта зависимость названа нами критерием прочности Дуйшеналиева–Койчуманова. Методы определения материальных параметров, входящих в данный критерий, рассмотрены, в частности, в [3–5]. Широко известен также подобный предыдущему (но эмпирический) критерий Хоека–Брауна [6]. Сравнение этих критериев приведено в [7], указаны преимущества критерия Дуйшеналиева–Койчуманова.

Согласно ГОСТ [1], паспортом прочности горных пород считается огибающая к предельным кругам Мора. Предусматривается также определение величины угла среза при различном виде напряженного состояния, который зависит от соотношения между минимальным и максимальным главными напряжениями. В данной работе представлены примеры паспортов прочности, составляемых на основе критерия прочности Дуйшеналиева–Койчуманова при использовании экспериментальных данных [8].

1. Исходные соотношения. Не повторяя вывод [2] критерия прочности Дуйшеналиева–Койчуманова, представим его [5] в виде

$$\sigma_3 = A + \sqrt{Q\sigma_1^2 + B^2} \quad (A, B, Q - const), \quad (1)$$

где главные напряжения сжатия ($\sigma_i, \quad i = 1, 2, 3$) считаются положительными и $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$.

Вид напряженного состояния характеризуется параметром c :

$$c = \sigma_2 / \sigma_1. \quad (2)$$

Предел прочности при одноосном сжатии обозначим σ_c .

Входящие в зависимость (1) материальные параметры можно определить, опираясь на экспериментальные данные при каких-либо трех видах напряженного состояния трехосного сжатия (выбираемых в качестве «опорных точек»). Первой такой точкой будем считать предел прочности при одноосном сжатии ($\sigma_c, \quad c_0 = 0$), две другие точки обозначим как $\sigma_{1(1)} = \sigma_1|_{c=c_1}, \quad \sigma_{1(2)} = \sigma_1|_{c=c_2}$. Как правило, в качестве c_2 следует выбирать наибольшее значение, полученное в опыте, а $c_1 \in (c_0, c_2)$. В итоге получим:

$$A = \frac{q(c_2)^2(\sigma_{1(2)})^2 - (c_1)^2(\sigma_{1(1)})^2}{2(qc_2\sigma_{1(2)} - c_1\sigma_{1(1)})}, \quad (3)$$

$$Q = \frac{(c_2)^2(\sigma_{1(2)})^2 - 2c_2\sigma_{1(2)}A}{(\sigma_{1(2)})^2 - \sigma_c^2}, \quad (4)$$

$$B = \sqrt{A^2 - Q\sigma_c^2}, \quad (5)$$

где обозначено:

$$q = \frac{(\sigma_{1(1)})^2 - \sigma_c^2}{(\sigma_{1(2)})^2 - \sigma_c^2} \quad (6)$$

Тогда (после определения констант A , B , Q) при произвольном виде напряженного состояния напряжение σ_1 представим в виде:

$$\sigma_1(c) = \frac{-Ac + \sqrt{QA^2 - (Q - c^2)B^2}}{Q - c^2} \quad (7)$$

В этом случае координаты огибающей (согласно теореме о ее существовании [9]) имеют вид [5]:

$$\sigma^t = \frac{\sigma_1(\sigma_1 + 2c(\sigma_1)'_c)}{\sigma_1 + (1+c)(\sigma_1)'_c}, \quad \tau^t = \frac{(1-c)\sigma_1\sqrt{(\sigma_1 + c(\sigma_1)'_c)(\sigma_1)'_c}}{\sigma_1 + (1+c)(\sigma_1)'_c}, \quad (8)$$

где

$$(\sigma_1)'_c = \frac{\partial \sigma_1}{\partial c} = \frac{c[2QA^2 - (Q - c^2)B^2] - A(Q + c^2)\sqrt{QA^2 - (Q - c^2)B^2}}{(Q - c^2)^2\sqrt{QA^2 - (Q - c^2)B^2}} \quad (9)$$

Формулы (7)–(9) удобно использовать для расчетов при сравнении теоретических и экспериментальных данных в области трехосного сжатия. В области от растяжения до одноосного сжатия вместо формулы (7) необходимо использовать непосредственно зависимость (1), а вместо формул (8) и (9) – следующие [2]:

$$\sigma = \frac{\sigma_3 + \sigma_1\sigma'_3}{1 + \sigma'_3}, \quad \tau = \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{1 + \sigma'_3} \sqrt{\sigma'_3} \quad \left(\sigma'_3 = \frac{\partial \sigma_3}{\partial \sigma_1} \right), \quad (10)$$

$$\sigma'_3 = \frac{\sigma_1}{\sqrt{Q\sigma_1^2 + B^2}} Q \quad (11)$$

2. Построение кругов Мора и огибающей к ним. В приложениях монографии [8] представлены наиболее полные данные для талькохлорита, которые подробно (в качестве примера) рассматриваются в этом разделе.

Экспериментальные значения пределов прочности (σ_1^e) при осуществленных в опыте значений вида напряженного состояния (c) представлены в таблице 1. Введены также следующие обозначения: σ^e , σ^t , τ^e , τ^t – экспериментальное и теоретическое значение соответственно абсциссы и ординаты огибающей к кругам Мора; σ_1^t – расчетное значение предела прочности, вычисленное по формуле (5); $\Delta\sigma_1^{t-e}$ – расхождение между расчетным и экспериментальными значениями пределов прочности; $\Delta\sigma^{t-e}$, $\Delta\tau^{t-e}$ – расхождения между теоретическими и эмпирическими координатами огибающей кругов Мора.

Как будет показано ниже, для большой группы горных пород критерий прочности (1) можно использовать, полагая $Q = 1$. При этом значении данного параметра огибающая кругов Мора обладает свойством «выползновения» [2], т. е. при $\sigma_1 \rightarrow \infty$ максимальное касательное напряжение стремится

Таблица 1 – Расчетные и экспериментальные данные для построения огибающих к кругам Мора

σ_1^e	c	σ^e	τ^e	σ_1^t	$\Delta\sigma_1^{t-e}$	$(\sigma_1)_c^t$	σ^t	τ^t	$\Delta\sigma^{t-e}$	$\Delta\tau^{t-e}$
945	0	200	390	945,0	0	3815,4	187,6	376,9	-6,2	-3,3
1320	0,069	400	540	1248,0	-5,45	4974,5	367,7	497,9	-8,1	-7,8
1420	0,116	500	600	1500,5	5,67	5768,5	536,6	591,1	7,3	-1,5
1730	0,178	720	700	1890,5	9,28	6816,6	822,7	720,5	14,3	2,9
2340	0,233	1200	880	2292,0	-2,05	7796,8	1140,7	835,8	-4,9	-5,0
2790	0,321	1700	980	3056,6	9,56	9665,2	1789,0	1011,9	5,2	3,3
3820	0,407	2540	1120	3990,5	4,46	12217,8	2625,5	1169,1	3,4	4,4
5480	0,510	4000	1320	5480,0	0,00	17177,4	4011,9	1336,7	0,3	1,3

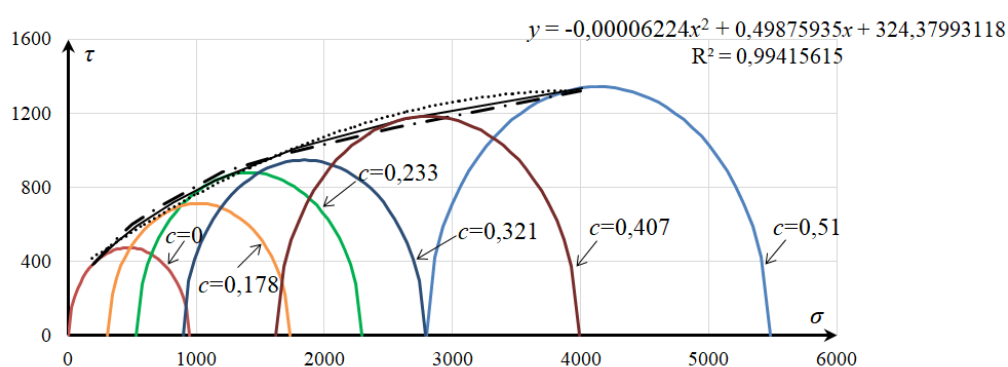


Рисунок 1 – Круги Мора и огибающие к ним: штрихпунктир – эмпирическая огибающая; сплошная линия – расчетная огибающая; пунктир – линия тренда, аппроксимирующая расчетную огибающую с высокой достоверностью R^2

к постоянной величине; а сама горная порода в значительной мере приобретает свойства пластического материала.

Для вычисления параметра A при $Q = 1$ вместо формулы (3) следует использовать другое выражение:

$$A = \frac{(c_2^2 - 1)\sigma_{1(2)}^2 + \sigma_c^2}{2c_2\sigma_{1(2)}}. \tag{12}$$

В данном случае (для талькохлорита) выбран вид напряженного состояния $c_2 = 0,51$, а $\sigma_c = \sigma_1^e|_{c=0}$; параметр B вычислен по формуле (5) (при $Q = 1$).

Размерность напряжений и параметров A и B – $9,8 \cdot 10^{-1}$ МПа. Получено: $A = -3815,4$ и $B = 3696,5$. Расхождение между расчетными и экспериментальными пределами прочности вычислялось по формуле:

$$\Delta\sigma_1^{t-e} = \frac{\sigma_1^t - \sigma_1^e}{\sigma_1^e} \cdot 100\%. \tag{13}$$

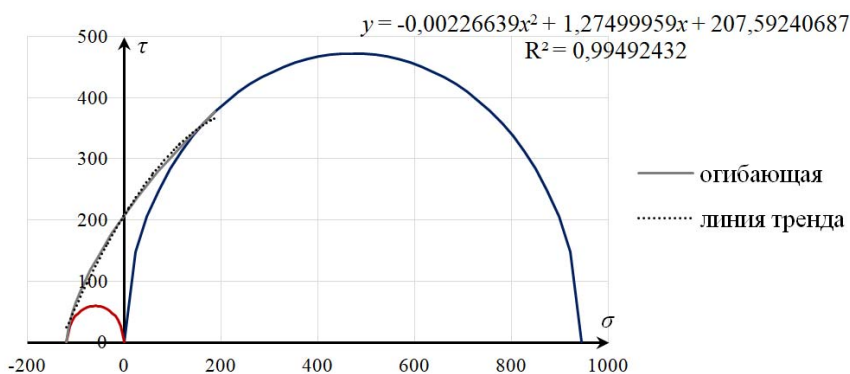


Рисунок 2 – Круги Мора при растяжении и сжатии (для талькохлорита)

Аналогично определялись расхождения $\Delta\sigma^{t-e}$, $\Delta\tau^{t-e}$ в процентах.

Как видно из представленных в таблице 1 расчетов, все отмеченные расхождения между экспериментальными и теоретическими величинами практически не превышают 10 %.

Данные таблицы 1 показывают, что наибольшее расхождение (в разные стороны) между расчетными и экспериментальными значениями координат огибающей получилось при двух видах напряженного состояния: $c = 0,178$ и $c = 0,321$. Поэтому на рисунке 1 для этих значений c представле-

ны экспериментальные круги Мора. При построении эмпирической огибающей (которая строилась в виде отрезков прямой линии, касающихся смежных кругов) были использованы табличные значения из [8, приложение 5].

Критерий прочности (1) позволяет также определить предел прочности на одноосное растяжение (σ_p^t), с использованием материальных параметров, найденных из экспериментов на трехосное сжатие. Как следует из (1), при $\sigma_1^t = 0$ имеем:

$$\sigma_p^t = A + B . \quad (14)$$

Сопоставление кругов Мора при растяжении и сжатии представлено на рисунке 2.

Огибающая к этим кругам аппроксимирована также линией тренда, которая представляет собой параболу. Очевидно, что такая расчетная огибающая отражает переход от растяжения к сжатию более достоверно, чем часто используемая соответствующая линейная зависимость, причем, последняя не может быть экстраполирована [9] за пределы ее построения в область трехосного сжатия.

Проводя эксперименты над различными горными породами в условиях трехосного сжатия, Б.Г. Тарасовым [10] было обнаружено, что при напряженном состоянии, когда среднее главное напряжение достигает значения максимального касательного напряжения (что реализуется при $c = 1/3$), горная порода разрушается подобно пластичному материалу. В этом случае срез происходит в образце по площадке, расположенной в малой окрестности плоскости действия максимального касательного напряжения. Такой характер разрушения наблюдался, в частности, у талькохлорита при $c > 0,321$.

3. Примеры представления исходных экспериментальных и расчетных данных, необходимых для составления каталога механических свойств горных пород. Рассмотрены экспериментальные данные для большой группы различных горных пород, для которых в монографии [8] представлены значения пределов прочности (и сопутствующих величин), полученные в опытах на одноосное сжатие и не менее чем при четырех видах трехосного (объемного) сжатия. Для определения материальных параметров (A, B, Q) примененного критерия прочности нет необходимости вводить

Таблица 2 – К определению материальных параметров,
входящих в критерий прочности Дуйшеналиева–Койчуманова

σ_c	$\sigma_{1(1)}$	c_1	$\sigma_{1(2)}$	c_2	A	Q	B	σ_p^t	σ_p^e
Талькохлорит									
945	-	-	5480	0,51	-3815,3	1	3696,5	-118,9	-130
Известняк Д-6									
1845	4050	0,116	8090	0,233	-3496,3	0,2697	3362,4	-133,9	120
Песчаник П-О									
2350	5090	0,116	9865	0,223	-3563,0	0,223	3385,4	-177,6	-208
Песчаник П-01									
2320	5000	0,116	10825	0,227	-2429,7	0,1608	2244,5	-185,2	-200
Песчаник П-03									
2810	5760	0,116	13200	0,227	-2157,7	0,1317	1901,5	-256,2	-250
Песчаник Д-8									
1340	-	-	8000	0,321	-10827,4	1	10744,21	-83,2	-50
Песчаник П-026									
1369	3259	0,116	8243	0,232	-1366,26	0,134	1270,71	-95,5	-70
Мрамор-I									
1160	-	-	17670	0,515	-12531,4	1	12477,6	-53,8	-45
Мрамор-II									
765	-	-	8520	0,508	-6154,14	1	6106,4	-47,7	-50
Кварцевый диорит Д-2									
2385	5305	0,116	15035	0,227	-1510,16	0,099	1309,1	-201,0	-190
Диабаз									
2020	6100	0,182	9095	0,227	-18012,5	1	17898,9	-113,6	-150
Известняк (Эстонсланец)									
792	1706	0,192	3720	0,322	-583,54	0,214	453,89	-129,6	-38
Каменная соль									
330	576	0,116	958	0,238	-1659,8	1	1626,6	-33,1	-23,5

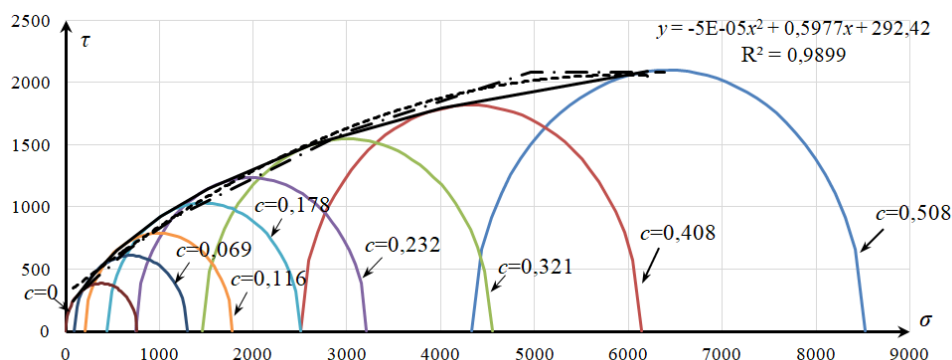


Рисунок 3 – Круги Мора и огибающие к ним для мрамора-II: штрихпунктир – эмпирическая огибающая; сплошная линия – расчетная огибающая; пунктир – линия тренда, аппроксимирующая расчетную огибающую с достоверностью R^2

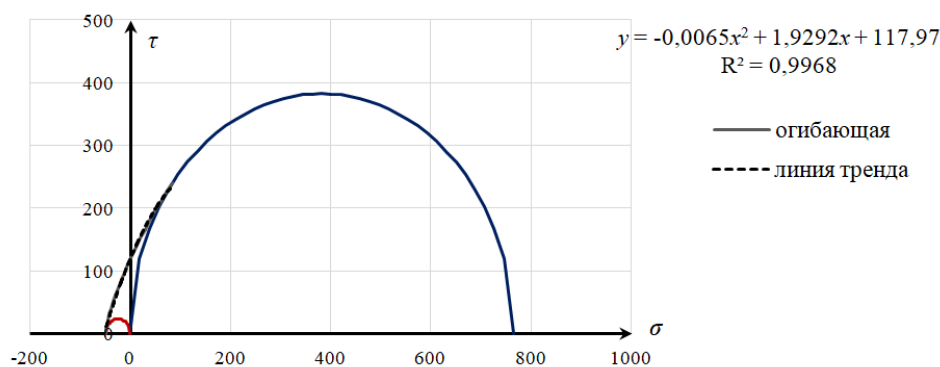


Рисунок 4 – Круги Мора при растяжении и сжатии для мрамора-II

в рассмотрение предел прочности на растяжение. При этом, в качестве исходных данных при $Q = 1$ использованы экспериментальные значения пределов прочности при одноосном сжатии и при наибольшем (осуществленном в опыте) виде объемного напряженного состояния (c_2). При $Q \neq 1$ к первым двум видам напряженного состояния добавлено рассмотрение еще при одном значении параметра: $c_1 \in (c_0, c_2)$. Таким образом, в общем случае (при $Q \neq 1$) максимальное количество исходных данных при объемном сжатии не превышает двух, тогда как согласно ГОСТ 21153.3–88 их количество (необходимое для построения огибающей) должно быть не менее трех в совокупности со значениями пределов прочности при одноосном растяжении и сжатии. По предлагаемой методике теоретически предел прочности на растяжение вычисляется согласно формуле (14), т. е. при использовании данных только на одноосное и трехосное сжатие.

Необходимые исходные данные и результаты расчетов представлены в таблице 2. По этой таблице нетрудно построить круги Мора и огибающую к ним, что в качестве еще одного примера показано на рисунках 3, 4 для мрамора-II.

Заключение. Процедуру построения паспорта прочности горных пород, предусмотренную ГОСТ 21153.3–88, можно упростить, используя для построения огибающей (согласно критерию прочности Дуйшеналиева–Койчуманова) только экспериментальные данные для одноосного и трехосного

сжатия. При этом, для всех рассмотренных горных пород сокращается необходимое количество исходных экспериментальных данных трехосного сжатия, и с достаточной степенью точности предсказывается значение предела прочности на одноосное растяжение. Это обстоятельство свидетельствует о надежности применения теоретически выведенного критерия прочности Дуйшеналиева–Койчуманова, в отличие от разнообразных эмпирических критериев прочности, имеющих, как указано, например в [11], ограниченную область применения только к некоторым горным породам.

Поступила: 14.06.22; рецензирована: 28.06.22; принята: 30.06.22.

Литература

1. ГОСТ 21153.3–88. Породы горные. Метод определения предела прочности при объемном сжатии. М.: Изд-во стандартов, 1988. 16 с.
2. Дуйшеналиев Т.Б. Уравнение огибающей линии предельных кругов напряжений / Т.Б. Дуйшеналиев, К.Т. Койчуманов. Бишкек: Илим, 2006. 130 с.
3. Рычков Б.А. Определение предела прочности на растяжение для горных пород по экспериментальным данным трехосного сжатия / Б.А. Рычков, Ж.Ы. Мамагов, Е.И. Кондратьева // ФТПРПИ. 2009. № 3. С. 40–45.
4. Zhigalkin V.M. Tracing of stress circle envelope based on the calculation and experiment data / V.M. Zhigalkin, T.A. Luzhanskaya, B.A. Rychkov, O.M. Usol'tseva, P.A. Tsoi // Journal of Mining Science. 2010. Vol. 46. № 6. Pp. 612–620.
5. Рычков Б.А. О прочностных характеристиках горных пород / Б.А. Рычков // Современные проблемы механики сплошных сред. Вып. 13. Бишкек, 2011. С. 310–317.
6. Hoek E. Empirical strength criterion for rock masses / E. Hoek and E.T. Brown // J. Geotech. Engng Div., 1980. ASCE 106(GT9). Pp. 1013–1035.
7. Rychkov B. About Rock Strength Certificate / B. Rychkov // 9th International Advances in Applied Physics & Materials Science Congress & Exhibition (APMAS 2019). Mugla, Turkey, 22–28 October 2019.
8. Ставрогин А.Н. Пластичность горных пород / А.Н. Ставрогин, А.Г. Протосеня. – М.: Недра, 1979. 301 с.
9. Работнов Ю.Н. Механика деформирования твердого тела / Ю.Н. Работнов. М.: Наука, 1979. 743 с.
10. Тарасов Б.Г. Закономерности деформирования и разрушения горных пород при высоких давлениях: автореф. дис. ... д-ра техн. наук / Б.Г. Тарасов. СПб., 1991. 46 с.
11. Hackston A. The Mohr–Coulomb criterion for intact rock strength and friction – a re-evaluation and consideration of failure under polyaxial stresses / A. Hackston and E. Rutter // Solid Earth. 7. Pp. 493–508. URL: <https://doi.org/10.5194/se-7-493-2016>, 2016.