

УДК 621.951.45:51-7  
DOI: 10.36979/1694-500X-2024-24-4-133-141

## ВЫБОР И ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДОВ АППРОКСИМАЦИИ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ЭМПИРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

*Н.А. Рагрин, А.А. Айнабекова*

*Аннотация.* Основной целью исследований в машиностроении является повышение качества изделий и снижение их себестоимости. Исследования в области обработки материалов резанием сопровождаются большим количеством взаимонезависимых случайных помех, которые в полном объеме невозможно учесть при разработке теоретических моделей. Поэтому исследования в этой области машиностроения направлены на разработку эмпирических моделей, отражающих результаты конкретных экспериментов. Проведен выбор и обоснование методов аппроксимации результатов эксперимента при построении эмпирических моделей с целью повышения качества изделий и снижения себестоимости их изготовления. Выполнен сравнительный анализ методов аппроксимации результатов экспериментальных исследований при построении эмпирических моделей, на основании которого обоснован метод аппроксимации, позволяющий с максимальной точностью определить результаты эксперимента при значении факторов, не учтенных экспериментальным планом.

*Ключевые слова:* стойкость; метод; аппроксимация; эмпирические модели; скорость резания; анализ; эксперимент.

## ЭМПИРИКАЛЫК МОДЕЛДЕРДИ КУРУУДА ЖАКЫНДАТУУ ЫКМАЛАРЫН ТАНДОО ЖАНА НЕГИЗДӨӨ

*Н.А. Рагрин, А.А. Айнабекова*

*Аннотация.* Машина курууда изилдөөлөрдүн негизги максаты буюмдардын сапатын жогорулатуу жана алардын өздүк наркын төмөндөтүү болуп саналат. Материалдарды кесүү жолу менен иштетүү тармагындагы изилдөөлөр теориялык моделдерди иштеп чыгууда толук эсепке алынбай турган көп сандагы өз ара көз карандысыз кокустуктар менен коштолот. Ошондуктан, машина куруунун бул тармагындагы изилдөөлөр конкреттүү эксперименттердин натыйжаларын чагылдырган эмпирикалык моделдерди иштеп чыгууга багытталган. Эмпирикалык моделдерди түзүүдө эксперименттин натыйжаларын жакындатуу методдорун тандоо жана негиздөө продукциянын сапатын жогорулатуу жана аларды чыгаруунун өздүк наркын төмөндөтүү максатында жүргүзүлдү. Эмпирикалык моделдерди түзүүдө эксперименталдык изилдөөлөрдүн натыйжаларын жакындатуу ыкмаларына салыштырма талдоо жүргүзүлдү, анын негизинде жакындаштыруу ыкмасы негизделген, бул эксперименталдык планда эске алынбаган факторлордун маанисинде эксперименттин натыйжаларын максималдуу тактык менен аныктоого мүмкүндүк берет.

*Түйүндүү сөздөр:* туруктуулук; ыкма; жакындоо; эмпирикалык моделдер; кесүү ылдамдыгы; талдоо; эксперимент.

## SELECTION AND JUSTIFICATION OF APPROXIMATION METHODS IN THE CONSTRUCTION OF EMPIRICAL MODELS

*N.A. Ragrin, A.A. Ainabekova*

*Abstract.* The main goal of research in mechanical engineering is to improve the quality of products and reduce their cost. Research in the field of materials processing by cutting is accompanied by a large number of mutually independent random noises, which cannot be fully taken into account when developing theoretical models. Therefore, research in this area of mechanical engineering is aimed at developing empirical models that reflect the results of specific experiments. Therefore, the purpose of the work is to select and justify methods for approximating experimental results when constructing empirical models, in order to improve the quality of mechanical engineering products and

reduce the cost of their production. The work provides a comparative analysis of methods for approximating the results of experimental studies when constructing empirical models, on the basis of which a method of approximation is substantiated, which makes it possible to determine the results of an experiment with maximum accuracy when factors are not taken into account by the experimental plan.

**Keywords:** durability; method; approximation; empirical models; cutting speed; analysis; experiment.

**Введение.** Основной целью экспериментальных исследований в области машиностроения является повышение качества изделий машиностроения и снижение себестоимости их изготовления. Результаты экспериментальных исследований выражаются в эмпирических математических моделях, отражающих конкретные результаты экспериментов. Большое значение при построении эмпирических моделей имеют методы обработки результатов эксперимента, от которых зависит степень точности расчета выходных параметров модели при варьировании ее входными факторами, их промежуточными и крайними значениями. Степень повышения качества изделий машиностроения и снижения себестоимости их изготовления зависит от степени соответствия фактических результатов эксперимента с рассчитанными по эмпирическим моделям данными. Поэтому целью работы является выбор и обоснование методов аппроксимации результатов эксперимента при построении эмпирических моделей с целью повышения качества изделий и снижения себестоимости их изготовления.

**Анализ проблемы.** Автор работы [1] приводит следующие данные: «можно считать экспериментально доказанным, что при резании сталей быстрорежущими резцами из стали P18 резцами, оснащенными пластинками из твердых сплавов титанокобальтовой группы T15K6 и минералокерамики ЦМ332, зависимости стойкости  $T$  от изменяющейся скорости резания  $V$  выражаются на графиках с миллиметровыми шкалами кривыми с резко выраженным максимумом стойкости  $T_{max}$  при некоторой скорости  $V_{Tmax}$ . В то же время другие экспериментальные исследования показывают, что имеют место и такие условия резания, например, сверлами, развертками и метчиками одного размера, но изготовленными из различных быстрорежущих сталей, когда точка максимума на экстремальных кривых соответствует одной и той же скорости». Автор работы [1] отмечает, что кривые экстремального вида не могут быть аппроксимированы степенными уравнениями, а при аппроксимации посредством математических рядов затруднительно производить сравнительный анализ влияния технологических факторов на общую закономерность исследуемых зависимостей. Он предлагает использовать для аппроксимации экспериментальных кривых экстремального вида уравнение:

$$T = a V^b e^{cV}. \quad (1)$$

Уравнение (1) позволяет рассчитать скорость резания при максимуме стойкости экстремальных кривых из отношения:

$$V_{Tmax} = |b / C|. \quad (2)$$

В работе [2] приведена экспериментальная зависимость стойкости от скорости резания (рисунок 1), имеющая экстремальный вид с явно выраженным максимумом стойкости, полученная при обработке заготовок из стали 45 спиральными сверлами из быстрорежущей стали Р6М5.

В работе [2] показано, что правая вервь графика на рисунке 1 с достаточной точностью аппроксимируется степенным и экспоненциальным уравнениями. Отмечено, что скорость резания максимума стойкости  $V_{Tmax}$  используется в автоматизированном массовом производстве при обеспечении максимальной надежности сверл за счет их максимальной стойкости  $T_{max}$ . Скорости резания, меньшие точки перегиба правой верви графика на скорости резания  $V = 21$  м/мин (точка 5), используются в крупносерийном и серийном производстве, а скорости резания большие точки перегиба правой верви графика, используются в мелкосерийном и единичном производстве. Поэтому при выборе скорости резания на правой ветви графика на рисунке 1, руководствуются необходимой производительностью

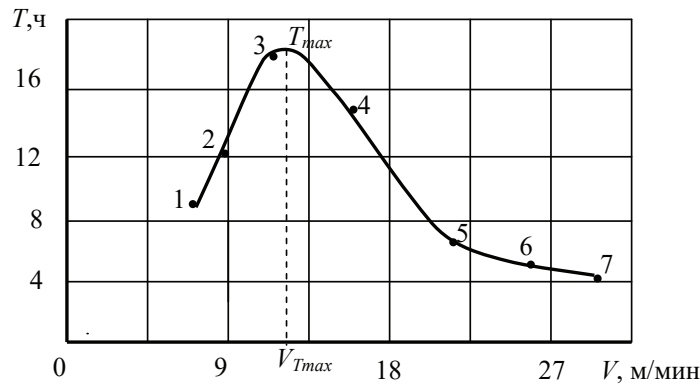


Рисунок 1 – Зависимость стойкости спиральных сверл от скорости резания

технологического оборудования для обеспечения объема выпуска изделий и максимальной надежностью сверл на выбранной скорости резания.

Сверление – единственный метод получения отверстия резанием в сплошном материале. Вся без исключения справочная литература рассматривает обработку сверлением как предварительную обработку без высоких требований к качеству отверстия. Однако исследования авторов работ [3–5] показывают, что в определенных условиях на скоростях резания меньших 6 м/мин, использование стандартных быстрорежущих спиральных сверл дает возможность получить отверстия высокого качества. Это позволяет не только повысить качество просверленных отверстий, но и снизить трудоемкость обработки точных отверстий посредством исключения нескольких последующих технологических переходов рассверливания, зенкерования и развертывания. В работе [6] показана возможность повышения качества просверленных отверстий на скоростях резания 4,32 и 5,53 м/мин, а также представлены эмпирические модели, подтверждающие повышение качества. Как видно на графике рисунка 1, скорость резания  $V = 6$  м/мин (точка 1) является граничной скоростью резания стойкостной зависимости. Это определяет необходимость обосновать методы аппроксимации графика стойкостной зависимости, позволяющие с высокой точностью рассчитать стойкость спиральных сверл на скоростях резания 4,32 и 5,53 м/мин без проведения дополнительных дорогостоящих стойкостных испытаний. На основании изложенного выше и в соответствии с целью исследований, определены следующие задачи:

1. Провести сравнительный анализ методов аппроксимации графика стойкостной зависимости.
2. Обосновать методы аппроксимации и вид функциональных зависимостей для построения эмпирической модели, позволяющей с максимальной точностью прогнозировать стойкость сверл на скоростях резания меньших граничных значений графика стойкостной зависимости.

**Методы исследований.** Показатели степени и коэффициент уравнения (1), предложенные автором работы [1], определяются методом линейной аппроксимации по трем точкам на аппроксимируемом участке кривой. Для этого необходимо решить систему из трех линейных логарифмических уравнений:

$$\begin{cases} \ln T_2 = \ln a + b \ln V_2 + C V_2, \\ \ln T_3 = \ln a + b \ln V_3 + C V_3, \\ \ln T_4 = \ln a + b \ln V_4 + C V_4 \end{cases}$$

с использованием эмпирических значений трех точек экстремума графика стойкостной зависимости. На рисунке 1 это точки 2, 3 и 4.

В результате решения представленной системы из трех логарифмических уравнений, получены уравнения для расчета показателей степени  $b$  и  $C$  и коэффициента  $a$  уравнения (1):

$$b = \frac{(\ln T_4 - \ln T_2)(V_3 - V_2) - (\ln T_3 - \ln T_2)(V_4 - V_2)}{(\ln V_4 - \ln V_2)(V_3 - V_2) - (\ln V_3 - \ln V_2)(V_4 - V_2)}, \quad (3)$$

$$C = \frac{(\ln T_3 - \ln T_2) - b(\ln V_3 - \ln V_2)}{V_3 - V_2}, \quad (4)$$

$$\ln a = \ln T_2 - b \ln V_2 - C V_2, \quad a = e^{\ln a}. \quad (5)$$

Выше было отмечено, что правая ветвь графика на рисунке 1 с достаточной точностью аппроксимируется степенным и экспоненциальным уравнениями [2]. В отличие от правой ветви, левая ветвь графика на рисунке 1 ближе к линейному виду и не имеет точки перегиба. На основании этого можно сделать вывод о возможности аппроксимации левой ветви графика на рисунке 1 линейным уравнением. Для аппроксимации линейным, степенным и экспоненциальным уравнениями можно применить метод линейной аппроксимации по двум точкам на аппроксимируемом участке кривой. На рисунке 1 это точки 1 и 3. По этому методу для аппроксимации линейным уравнением необходимо решить систему из двух линейных уравнений:

$$\begin{cases} T_1 = a + bV_1, \\ T_3 = a + bV_3, \end{cases}$$

после решения которой получены формулы для расчета коэффициентов линейного уравнения:

$$b = \frac{(T_3 - T_1)}{(V_3 - V_1)}, \quad (6)$$

$$a = T_1 - bV_1. \quad (7)$$

Для аппроксимации степенным уравнением  $T = aV^b$  необходимо решить систему из двух линейных логарифмических уравнений:

$$\begin{cases} \ln T_1 = \ln a + b \ln V_1, \\ \ln T_3 = \ln a + b \ln V_3, \end{cases}$$

после решения которой получены формулы для расчета показателя степени и коэффициента степенного уравнения:

$$b = \frac{(\ln T_3 - \ln T_1)}{(\ln V_3 - \ln V_1)}, \quad (8)$$

$$\ln a = \ln T_1 - b \ln V_1, \quad a = e^{\ln a}. \quad (9)$$

Для аппроксимации экспоненциальным уравнением  $T = ae^{CV}$ , необходимо решить систему из двух линейных логарифмических уравнений:

$$\begin{cases} \ln T_1 = \ln a + bV_1, \\ \ln T_3 = \ln a + bV_3, \end{cases}$$

после решения которой получены формулы для расчета показателя степени и коэффициента экспоненциального уравнения:

$$b = \frac{(\ln T_3 - \ln T_1)}{(V_3 - V_1)}, \quad (10)$$

$$\ln a = \ln T_1 - bV_1, \quad a = e^{lna}. \quad (11)$$

Для аппроксимации показательным уравнением  $T = ad^V$  необходимо решить систему из двух логарифмических уравнений:

$$\begin{cases} \ln T_1 = \ln a + \ln dV_1, \\ \ln T_3 = \ln a + \ln dV_3, \end{cases}$$

после решения которой получены формулы для расчета показателя степени и коэффициента показательного уравнения:

$$\ln d = \frac{(\ln T_3 - \ln T_1)}{(V_3 - V_1)}, \quad d = e^{\ln d}, \quad (12)$$

$$\ln a = \ln T_1 - \ln dV_1, \quad a = e^{lna}. \quad (13)$$

**Результаты исследований.** Метод линейной аппроксимации по трем точкам. Формулы для расчета постоянного коэффициента  $a$  и показателей степени  $b$  и  $c$  уравнения (1) оперируют экспериментальными величинами трех точек экстремума аппроксимируемого графика. На рисунке 1 это точки 2, 3 и 4.

В результате расчета показателей степени и коэффициента по формулам (3), (4) и (5) получено уравнение:

$$T = 2,182 \cdot 10^{-4} V^{7,33} e^{-0,573V}. \quad (14)$$

Рассчитанная по формуле (2) скорость резания при максимуме стойкости равна:  $V_{Tmax} = 12,79$  м/мин. На скорости резания  $V_{Tmax}$  рассчитанная по формуле (14) максимальная стойкость равна:  $T_{max} = 18,6$  ч.

В таблице 1 приведены экспериментальные значения стойкостей  $T_{эксп}$  на соответствующих скоростях резания  $V$  графика на рисунке 1 и рассчитанные по формуле (14) стойкости  $T_{расч}$ , и ошибки расчетов  $\Delta$ .

Как видно в таблице 1, рассчитанные по формуле (14) стойкости  $T_{расч}$  на скоростях резания 6, 26 и 30 м/мин, имеют значительные погрешности. Формула (14) имеет высокую точность расчетов только в пределах точек экстремума аппроксимируемого графика на скоростях резания 9, 12 и 16 м/мин. Это гарантирует высокую точность расчетов скорости резания  $V_{Tmax}$  по формуле (2) и максимальной стойкости  $T_{max}$  на скорости резания  $V_{Tmax}$ , рассчитанной по формуле (14).

Метод линейной аппроксимации по двум точкам. В результате расчета коэффициентов по формулам (6) и (7) получено линейное уравнение:

Таблица 1 – Экспериментальные значения стойкостей и рассчитанные по формуле (14) ошибки расчетов

№ п/п	$V$ , м/мин	$T_{эксп}$ , ч	$T_{расч}$ , ч	$\Delta$ , %
1	6	8,6	3,545	58,78
2	9	12,4	12,411	0,09
3	12	18,4	18,325	0,4
4	16	15	15,256	1,71
5	21	6,2	6,381	2,92
6	26	5,4	1,74	66,55
7	30	4	0,502	87,45

$$T = -1,198 + 1,633V. \tag{15}$$

В результате расчета показателя степени и коэффициента по формулам (8) и (9) получено степенное уравнение:

$$T = 1,205V^{1,097}. \tag{16}$$

В результате расчета показателя степени и коэффициента по формулам (10) и (11) получено экспоненциальное уравнение:

$$T = 4,055e^{0,125V}. \tag{17}$$

В результате расчета показателя степени и коэффициента по формулам (12) и (13) получено показательное уравнение:

$$T = 4,055 \cdot 1,133^V. \tag{18}$$

Следует отметить, что экспоненциальное уравнение (17) является показательным уравнением и может быть представлено в виде:

$$T = 4,055 \cdot (e^{0,125})^V,$$

где  $e^{0,125} = 1,133$ , отсюда следует, что уравнение (17) и уравнение (18) аналогичные, и на основании этого уравнение (1) можно представить в следующем виде:

$$T = aV^b d^V,$$

где  $d = e^c$ .

В таблице 2 приведены результаты сравнительного анализа точности уравнений (15), (16), (17) и (18).

Данные таблицы 2 показывают, что показательные уравнения имеют значительно большую точность расчетов по сравнению со степенным и линейным уравнениями. Средняя ошибка показательных уравнений равна 0,75 при максимальной ошибке 1,36. Средняя ошибка линейного уравнения равна 2,95 при максимальной ошибке 8,87. Средняя ошибка степенного уравнения равна 2,7 при максимальной ошибке 8,2. По результатам анализа, представленного в таблице 2, следует вывод, что применение метода аппроксимации по двум крайним точкам левой ветви графика рисунка 1 (точка 3 и точка 1) линейным и степенным уравнениями дает большую погрешность расчетов стойкости промежуточной точки 2 (8,87 и 8,2 %, соответственно), что недопустимо. Это послужило основанием для анализа статистических методов аппроксимации результатов эксперимента.

Таблица 2 – Результаты сравнительного анализа точности уравнений (15)–(18)

№ ур-я	Уравнение	V, м/мин	T <sub>эсп.</sub> ч	T <sub>расч.</sub> ч	Δ, %	Δср, %
(15)	$T = -1,198 + 1,633V$	6	8,6	8,6	0	2,95
		9	12,4	13,5	8,87	
		12	18,4	18,4	0	
(16)	$T = 1,205V^{1,097}$	6	8,6	8,6	0	2,7
		9	12,4	13,42	8,2	
		12	18,4	18,4	0	
(17) (18)	$T = 4,055e^{0,125V}$ $T = 4,055 \cdot 1,133^V$	6	8,6	8,58	0,23	0,75
		9	12,4	12,48	0,65	
		12	18,4	18,15	1,36	

*Метод наименьших квадратов.* Автор работы [6] приводит методы статистической обработки экспериментальных данных, включающие регрессионный анализ, в основе которого лежит метод наименьших квадратов при условии нормального распределения результатов измерений и наличия значимой корреляционной связи между ними и входными факторами экспериментального плана. Регрессионный анализ дает возможность аппроксимировать результаты исследований линейным, степенным и показательным уравнениями [7]. В работе [8] обоснована возможность применения статистических методов при неслучайных входных факторах и случайных результатах исследований.

Коэффициенты регрессии линейного уравнения определяются уравнениями:

$$b = \frac{n\sum T_i V_i - \sum T_i \sum V_i}{n\sum V_i^2 - (\sum V_i)^2}, \quad a = \frac{\sum T_i - b\sum V_i}{n},$$

после решения которых линейное уравнение имеет вид:

$$T = - 1,564 + 1,633V. \tag{19}$$

Степень линейности уравнения (19) определяет коэффициент корреляции:

$$r = b \cdot \frac{\sqrt{n\sum V_i^2 - (\sum V_i)^2}}{\sqrt{n\sum T_i^2 - (\sum T_i)^2}} = 0,99.$$

Коэффициенты регрессии степенного уравнения определяются уравнениями:

$$b = \frac{n\sum \ln T_i \ln V_i - \sum \ln T_i \sum \ln V_i}{n\sum (\ln V_i)^2 - (\sum \ln V_i)^2}, \quad \ln a = \frac{\sum \ln T_i - b\sum \ln V_i}{n}, \quad a = e^{\ln a},$$

после решения которых степенное уравнение имеет вид:

$$T = 1,212V^{1,082}. \tag{20}$$

Степень линейности логарифмического вида уравнения (20):

$$\ln T = \ln 1,212 + 1,082 \ln V,$$

определяет коэффициент корреляции:

$$r = b \cdot \frac{\sqrt{n\sum (\ln V_i)^2 - (\sum \ln V_i)^2}}{\sqrt{n\sum (\ln T_i)^2 - (\sum \ln T_i)^2}} = 0,99.$$

Коэффициенты регрессии экспоненциального уравнения определяются уравнениями:

$$b = \frac{n\sum \ln T_i V_i - \sum \ln T_i \sum V_i}{n\sum (V_i)^2 - (\sum V_i)^2}, \quad \ln a = \frac{\sum \ln T_i - b\sum V_i}{n}, \quad a = e^{\ln a},$$

после решения которых экспоненциальное уравнение имеет следующий вид:

$$T = 4,0042 \cdot e^{0,1267V}. \tag{21}$$

Степень линейности логарифмического вида уравнения (21)

$$\ln T = \ln 4,0042 + 1,135V$$

определяет коэффициент корреляции:

$$r = b \cdot \sqrt{\frac{n\sum(V_i)^2 - (\sum V_i)^2}{n\sum(\ln T_i)^2 - (\sum \ln T_i)^2}} = 1,00.$$

Коэффициенты регрессии показательного уравнения определяются уравнениями:

$$\ln d = \frac{n\sum \ln T_i V_i - \sum \ln T_i \sum V_i}{n\sum(V_i)^2 - (\sum V_i)^2}, d = e^{\ln d}, \ln a = \frac{\sum \ln T_i - \ln d \sum V_i}{n}, a = e^{\ln a},$$

после решения которых показательное уравнение имеет вид:

$$T = 4,0042 \cdot 1,135^V. \tag{22}$$

Степень линейности логарифмического вида уравнения (22)  $\ln T = \ln 4,0042 + V \ln 1,135$  определяет коэффициент корреляции:

$$r = \ln d \cdot \sqrt{\frac{n\sum(V_i)^2 - (\sum V_i)^2}{n\sum(\ln T_i)^2 - (\sum \ln T_i)^2}} = 1,00.$$

Результаты сравнительного анализа коэффициентов корреляции найденных уравнений показывают большую степень линейности логарифмических видов показательных функций.

В таблице 3 приведены результаты сравнительного анализа точности уравнений (8), (9), (10), (11).

Данные таблицы 3 показывают, что линейное и степенное уравнения имеют значительно меньшую точность расчетов по сравнению с показательным уравнением. Средняя ошибка линейного уравнения равна 4,06 при максимальной ошибке 5,89. Средняя ошибка степенного уравнения равна 3,47 при максимальной ошибке 5,3. Средняя ошибка показательных уравнений равна 0,63 при максимальной ошибке 0,89.

**Обоснование метода аппроксимации и вида функциональных зависимостей для построения эмпирической модели.** Результаты исследований, приведенные в таблицах 1, 2 и 3 позволяют сделать

Таблица 3 – Результаты сравнительного анализа точности уравнений (8)–(11)

№ ур-я	Уравнение	V, м/мин	T <sub>эксп.</sub> , ч	T <sub>расч.</sub> , ч	Коэф. кор. r	Δ, %	Δср, %
(19)	T = -1,564 + 1,633V	6	8,6	8,23	0,99	4,3	4,06
		9	12,4	13,13		5,89	
		12	18,4	18,032		2	
(20)	T = 1,212V <sup>1,082</sup>	6	8,6	8,423	0,99	2	3,47
		9	12,4	13,06		5,3	
		12	18,4	17,83		3,1	
(21)	T = 4,0042 · e <sup>0,1267V</sup> T = 4,0042 · 1,135 <sup>V</sup>	6	8,6	8,56	1,00	0,46	0,63
(22)		9	12,4	12,51	1,00	0,89	
12		18,4	18,3		0,54		



вывод о невозможности применения в полной мере всех трех рассмотренных методов для аппроксимации левой ветви графика стойкостной зависимости. Метод линейной аппроксимации по трем точкам имеет высокую точность расчетов только в пределах аппроксимируемого участка графика стойкостной зависимости, на скорости 6 м/мин ошибка уравнения (14) составляет более 58 % (таблица 1). Метод линейной аппроксимации по двум точкам линейным и степенным уравнениями имеет значительные ошибки при расчете стойкости промежуточной точки 2 на скорости резания 9 м/мин (8,87 и 8,2 %, соответственно) (таблица 2). Ошибка линейного и степенного уравнений, полученных методом наименьших квадратов, на скорости резания 9 м/мин уменьшилась в 1,5 раза, но средняя ошибка при этом увеличилась. Максимальная ошибка показательных уравнений, полученных методом наименьших квадратов, уменьшилась в 3,48 раза по сравнению с методом линейной аппроксимации по двум точкам.

Приведенный выше анализ показывает, что применение регрессионного анализа для аппроксимации левой ветви графика на рисунке 1 показательными уравнениями позволяет получить высокую точность, ошибка на скорости 6 м/мин равна 0,46 % (таблица 3). Поэтому можно считать обоснованным, что уравнения (20) и (21) позволяют с большой точностью рассчитать стойкость сверл на скоростях резания 4,32 и 5,53 м/мин. На скорости 4,32 м/мин расчетная стойкость сверл с учетом средней ошибки 0,63 % имеет минимальное значение 6,91 ч, а на скорости 5,53 м/мин – 8,01 ч.

**Выводы.** Сравнительный анализ методов аппроксимации показал большую ошибку расчетов стойкости уравнения, полученного методом линейной аппроксимации по трем точкам на граничных значениях скоростей резания, а также линейного и степенного уравнений, полученных методом линейной аппроксимации по двум точкам на скорости резания 9 м/мин.

На основании сравнительного анализа существующих методов аппроксимации обоснованно, что применение регрессионного метода аппроксимации уравнениями показательной функции для построения эмпирической модели позволяет с высокой точностью прогнозировать стойкость сверл на скоростях резания, меньших граничных значений графика стойкостной зависимости.

Поступила: 25.12.23; рецензирована: 10.01.24; принята: 12.01.24.

#### *Литература*

1. Грановский Г.И. Обработка результатов экспериментальных исследований резания металлов / Г.И. Грановский. М.: Машиностроение, 1982. 112 с.
2. Рагрин Н.А. Математическая модель стойкостной зависимости при сверлении / Н.А. Рагрин // Технология машиностроения. М., 2014. № 1. С. 49–54.
3. Рагрин Н.А. Разработка путей и методов повышения качества отверстий при сверлении / Н.А. Рагрин, А.А. Айнабекова, А.О. Озгонбеков // Технология машиностроения. М., 2018. № 6. С. 10–15.
4. Рагрин Н.А. Разработка закономерностей влияния погрешностей заточки спиральных сверл на качество просверленных отверстий / Н.А. Рагрин, А.А. Айнабекова // Технология машиностроения. М.: Технология машиностроения, 2018. № 8. С. 40–47.
5. Рагрин Н.А. Методы повышения качества отверстий, обработанных спиральными сверлами / Н.А. Рагрин, А.А. Айнабекова, И.А. Родин // Вестник КРСУ. 2018. Т. 18. № 12. С. 65–68.
6. Пустыльник Е.И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений / Е.И. Пустыльник. М.: Наука, 1968. 288 с.
7. Рагрин Н.А. Разработка и обоснование закономерностей повышения показателей качества отверстий, обработанных сверлением / Н.А. Рагрин, А.А. Айнабекова, У.М. Дыйканбаева // Известия КГТУ. Бишкек, 2018. № (46). С. 77–89.
8. Рагрин Н.А. Разработка методов статистического анализа эмпирических технических исследований / Н.А. Рагрин, Д.М. Курганова, У.М. Дыйканбаева // Технология машиностроения. М., 2023. № 9. С. 20–25.