

## ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ТОРМОЗНЫХ УСТРОЙСТВАХ С МАССИВНОЙ МАГНИТНОЙ СИСТЕМОЙ

*И.В. Бочкарев*

---

Приводятся результаты экспериментальных и теоретических исследований процесса проникновения электромагнитной волны в сплошной сердечник растормаживающего электромагнита тормоза. Получены аналитические выражения, позволяющие вычислять величину вихревого тока, наводимого в сердечнике в переходных режимах работы.

*Ключевые слова:* электромеханический тормоз; растормаживающий электромагнит; массивный магнитопрод; электромагнитная волна; магнитная индукция; вихревой ток.

**Введение.** Условия эксплуатации большого количества различных механизмов, машин и автоматизированных систем требуют быстрой остановки и фиксации их рабочих органов и подвижных звеньев как в процессе нормального выполнения своих функций, так и при аварийном исчезновении напряжения. При создании электропривода для такого оборудования наиболее перспективным является использование электромеханических тормозных устройств (ЭМТУ), встроенных непосредственно в приводной электродвигатель. Использование таких тормозных модификаций электродвигателей позволяет сократить время инерционного выбега вращающихся валов, повысить точность позиционирования, обеспечить большую частоту торможений и стабильность тормозного момента. Это позволяет повысить производительность и качество работы оборудования при одновременном увеличении надежности, срока службы и безопасности его эксплуатации. Например, при использовании ЭМТУ в электроприводах металлообраба-

тывающих станков и промышленных роботов обеспечивается высокая точность обработки деталей, а также повышаются производительность, надежность и безопасность работы этого оборудования. Для выполнения этих функций ЭМТУ должно, наряду с большим и стабильным тормозным моментом  $M_T$ , иметь высокое быстродействие. Следовательно, задача расчета параметров быстродействия имеет большое практическое значение и является весьма актуальной.

В основу традиционных методов проектирования ЭМТУ для электродвигателей [1] положены требования выполнения заданных статических характеристик и параметров быстродействия при растормаживании и торможении. При этом учет нестационарных электромагнитных процессов, протекающих в массивных нешихтованных сердечниках растормаживающих электромагнитов, в инженерных методиках обычно не делают. Такой подход оправдан для ЭМТУ, используемых в приводах, условия эксплуатации которых не предъ-

являют повышенных требований к точности расчета параметров их быстродействия, например, для подъемно-транспортных механизмов. Однако для автоматизированных быстродействующих электроприводов, в работе которых определяющими являются динамические режимы работы, учет этих явлений должен проводиться обязательно. Известно, что вихревые токи, которые наводятся в массивных сердечниках в переходных режимах работы, замедляют нарастание магнитного потока, что приводит к снижению быстродействия тормоза. Однако расчет увеличения времени срабатывания тормоза за счет влияния вихревых токов чрезвычайно сложен. Математическая модель переходных режимов электромагнитных устройств, имеющих массивный сплошной магнитопровод, обычно формируется в виде краевой задачи теории электромагнитного поля и описываются нелинейными дифференциальными уравнениями, для решения которых разработаны графические, графоаналитические и численные методы (см., например, [2, 3, 4]). Однако все разработанные алгоритмы решения достаточно сложны и поэтому малоприменимы для практических инженерных расчетов.

Получим аналитические выражения для расчета величины вихревого тока, наводимого в сердечнике в переходных режимах работы.

**Цели и методы.** Несмотря на относительно несложное конструктивное исполнение магнитных систем ЭМТУ [1], их расчет, а тем более оптимальное проектирование, встречает ряд затруднений, обусловленных сложностью составления и совместного решения системы нелинейных уравнений, которыми описываются процессы в электрических и магнитных цепях. В общем случае уравнение, описывающее процесс проникновения электромагнитной волны в массивный сердечник растормаживающего электромагнита, может быть получено из уравнений Максвелла в следующем виде:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{\gamma \cdot \mu_0} \cdot \frac{\partial^2 H}{\partial r^2}, \quad (1)$$

где  $H$  – напряженность магнитного поля в сердечнике;  $\gamma$  и  $\mu_0$  – удельная электрическая проводимость и дифференциальная магнитная проницаемость материала сердечника;  $r$  – пространственная координата;  $t$  – время.

Данное уравнение может быть решено только численными методами [5], что неудобно при выполнении практических инженерных расчетов. Поэтому чтобы оценить величину вихревых токов и получить аналитические зависимости, позволяющие учесть их влияние на быстродействие тормоза

без применения ЭВМ, необходимо упростить реальную физическую картину.

**Результаты исследования.** Рассмотрим основные особенности электромагнитного процесса в сплошном ферромагнитном сердечнике 2 при возбуждении обмотки 3 электромагнита постоянным током (см. рисунок 1).

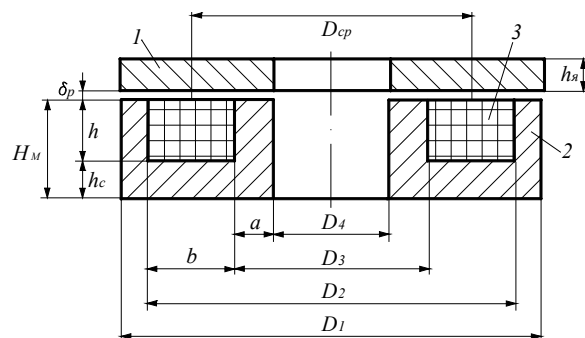


Рисунок 1 – Эскиз магнитной системы растормаживающего электромагнита: 1 – якорь; 2 – магнитопровод; 3 – обмотка

В момент включения электромагнитное поле с большой скоростью проникает только в тонкий поверхностный слой сердечника, возбуждая в круговом контуре радиусом  $D_{3/2}$  (см. рисунок 2) и толщиной  $\Delta$  вихревой ток, который препятствует дальнейшему движению электромагнитной волны внутрь сердечника. Линии потока как бы “вязнут” в поверхностном слое, что приводит к большим значениям магнитной индукции и плотности вихревого тока. По этой причине в момент включения поле во всем объеме сердечника за исключением поверхностного слоя равно нулю. С течением времени плотность тока и индукция в поверхностном слое уменьшаются, что приводит к проникновению магнитного потока вглубь сердечника. При этом увеличивающаяся глубина проникновения  $x(t)$  приводит к изменению геометрических параметров и электрического сопротивления контура, по которому замыкается вихревой ток.

С одной стороны, величина  $x(t)$  ограничена поверхностью полюса, а с другой – фронтом движущейся вовнутрь сердечника волны. В пространстве внутри сердечника, ограниченном глубиной проникновения поля, протекает наиболее интенсивный электромагнитный процесс. Однако в течение большей части времени переходного режима магнитная индукция и плотность вихревого тока в поверхностном слое превышает соответствующие величины в любой точке внутри сердечника. Это свидетельствует о решающем влиянии электромагнитного процесса в поверхностном слое на

скорость нарастания магнитного потока. Таким образом, анализ экспериментальных данных показывает, что возбуждение вихревого тока может быть представлено как результат пересечения слоев сердечника магнитным полем, движущимся с определенной скоростью от внутренней границы в направлении оси симметрии. Параметры движущегося поля существенно зависят от координаты  $r$ . В частности, движение поля в сердечнике характеризуется существенной неравномерностью магнитной индукции по координате  $r$ .

Для выполнения анализа особенностей проникновения электромагнитной волны в сердечник растормаживающего электромагнита были проведены экспериментальные исследования электро-механического тормозного устройства для электродвигателя типа 4А80В4. На рисунке 3 приведены экспериментальные зависимости значения магнитной индукции от времени в различных областях внутри сердечника в переходном режиме.

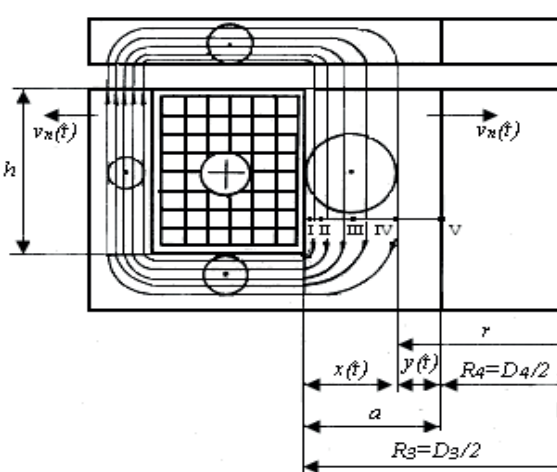


Рисунок 2 – Процесс проникновения магнитного потока в массивный сердечник электромагнита

Кривая 1 соответствует индукции на площади, определяемой координатами  $r$  точек I, II (см. рисунок 2), кривая 2 – точек II, III, кривая 3 – точек III, IV и кривая 4 – точек IV, V. Анализ приведенных зависимостей показывает, что магнитная индукция в областях, расположенных ближе к обмотке возбуждения, в любой момент времени переходного процесса всегда оказывается большей по величине, чем в областях от нее отдаленных. В начальный период переходного процесса индукция вблизи внутренней границы полюса растет очень быстро, оставаясь по величине больше установившегося значения  $B_y = 0,54$  Тл вплоть до момента времени

$t = 0,114$  с, когда ток в обмотке достигает установившегося значения. Этим объясняется то обстоятельство, что средняя по всей площади полюса магнитная индукция в течение всего переходного процесса растет быстрее, чем если бы она изменялась по экспоненте. Зависимости на рисунке 3 показывают, что к моменту времени  $t = 0,114$  с магнитная индукция ни в одной из рассматриваемых областей не достигает величины  $B_y = 0,54$  Тл. Это объясняется явлением магнитного последействия (вязкости): проходит еще некоторое время после достижения током установившейся величины, по истечении которого индукция по всей площади полюса распределяется равномерно.

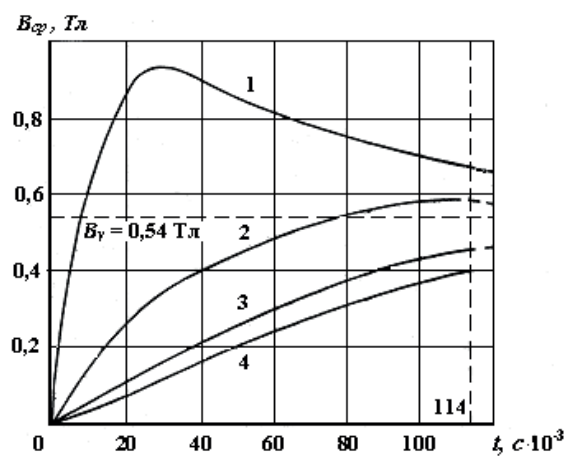


Рисунок 3 – Экспериментальные значения магнитной индукции в различных областях сердечника

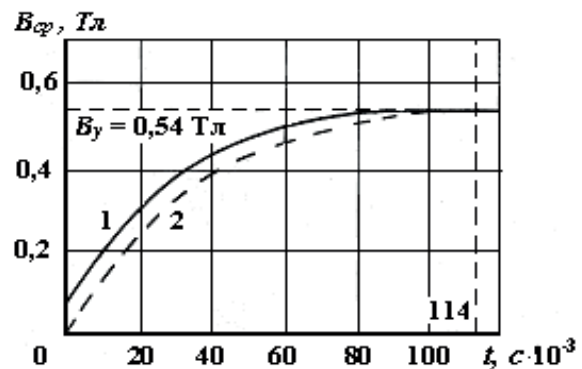


Рисунок 4 – Экспериментальная и расчетная зависимости изменения средней индукции  $B_{cp}(t)$

Отметим, что ток в обмотке и магнитный поток в сердечнике изменяются по закону, мало отличающемуся от экспоненциального. На рисунке 4 показано изменение средней индукции  $B_{cp}(t)$  в виде кривой 1, построенной в результате обработки экспериментальных данных. Рядом для сравнения

приведена соответствующая экспоненциальная зависимость 2 (постоянная времени и установившаяся индукция были известны из эксперимента).

Анализ полученных экспериментальных данных позволяет перейти к выводу упрощенных формул, устанавливающих зависимость вихревого тока от времени при подключении обмотки растормаживающего электромагнита к источнику постоянного тока. Допустим, что граница движущегося потока определяется глубиной проникновения волны  $x(t)$  (см. рисунок 2). Тогда круговой контур, в котором в любой момент времени действует ЭДС, являющаяся причиной вихревого тока, имеет сечение  $S_k = h \cdot x(t)$  и среднюю длину  $lk(t) = \pi[2R_3 - x(t)]$ , а сама ЭДС  $e(t)$  возбуждается магнитным потоком  $\Phi(t)$ , движущимся к оси сердечника со скоростью  $Vn(t)$ :

$$e(t) = B_{cp}(t) \cdot l_k(t) \cdot Vn(t), \quad (2)$$

где  $B_{cp}(t)$  – среднее мгновенное значение магнитной индукции.

При этом зависимость вихревого тока от времени может быть записана в виде

$$i_6(t) = e(t) / R_k(t). \quad (3)$$

Сопротивление контура вихревого тока  $Rk(t)$ , входящее в выражение (3), равно

$$R_k(t) = \rho_c \cdot l_k(t) / S_k(t), \quad (4)$$

где  $\rho_c$  – удельное сопротивление материала сердечника.

Примем следующие допущения:

1. В любой момент времени переходного процесса скорость движения магнитного потока в пределах глубины проникновения электромагнитной волны  $x(t)$  одна и та же.

2. Индуктивность обмотки растормаживающего электромагнита постоянна  $L = const$ , а магнитный поток есть экспоненциальная функция времени

$$\Phi = \Phi_y (1 - e^{-\frac{t}{T}}). \quad (5)$$

Здесь  $\Phi_y$  – установившееся значение магнитного потока;  $T = L / R$  – постоянная времени обмотки;  $L$  и  $R$  – индуктивность и активное сопротивление обмотки.

3. Пренебрегая явлением магнитного последействия, будем считать, что переходной процесс в ферромагнитном сердечнике заканчивается в момент времени, когда ток обмотки достигает установившегося значения.

Кроме того, примем вначале, что, проникая вглубь сердечника, магнитный поток равномерно распределяется по торцевой поверхности, и в каждый момент времени пронизывает площадь (рисунок 2):

$$S_k(t) = \pi(R_3^2 - r^2) = S_n - \pi(y^2 + 2r_4y), \quad (6)$$

где  $r$  – текущее значение координаты;  $S_n = \pi(R_3^2 - R_4^2)$  – торцевая поверхность полюса.

Данное допущение равносильно тому, что магнитная индукция остается постоянной и равной установившемуся значению  $B_y$  в течение всего времени переходного процесса, то есть приращение площади полюса по (6) пропорционально приращению магнитного потока по (5). В дальнейшем неравномерность распределения магнитной индукции будет учтена.

На основании принятых допущений уравнение, описывающее изменение магнитной индукции в полюсе растормаживающего электромагнита, представляется в виде

$$B_y = \frac{\Phi_y (1 - e^{-\frac{t}{T}})}{S_n - \pi(y^2 + 2R_4y)}. \quad (7)$$

После упрощений получим следующее квадратное уравнение:

$$y^2 + 2R_4y - (R_3^2 - R_4^2) \cdot e^{-\frac{t}{T}} = 0. \quad (8)$$

Корнем данного уравнения, имеющим физический смысл, является выражение

$$y(t) = -R_4 + \sqrt{R_4^2 (1 - e^{-\frac{t}{T}}) + R_3^2 \cdot e^{-\frac{t}{T}}}. \quad (9)$$

Глубину проникновения электромагнитной волны в ферромагнитный сердечник (см. рисунок 2) найдем по выражению

$$x(t) = a - y(t) = R_3 - \sqrt{R_4^2 (1 - e^{-\frac{t}{T}}) + R_3^2 \cdot e^{-\frac{t}{T}}}. \quad (10)$$

Продифференцировав уравнение (10) по времени, найдем скорость движения магнитного потока в сердечнике:

$$Vn(t) = \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{R_3^2 - R_4^2}{2T} \cdot \frac{e^{-\frac{t}{T}}}{\sqrt{(R_3^2 - R_4^2) \cdot e^{-\frac{t}{T}} + R_4^2}}. \quad (11)$$

Воспользовавшись уравнениями (2)–(4) и (11), можно получить зависимость для расчета вихревого тока в сердечнике

$$i_6(t) = \frac{E_m h}{2\pi \rho_c} = \frac{R_3 - \sqrt{R_4^2 (1 - e^{-\frac{t}{T}}) + R_3^2 e^{-\frac{t}{T}}}}{\sqrt{R_4^2 (1 - e^{-\frac{t}{T}}) + R_3^2 \cdot e^{-\frac{t}{T}}}} \cdot e^{-\frac{t}{T}}, \quad (12)$$

где  $E_m = U/W$  – ЭДС в поверхностном слое сердечника в момент включения;  $U$  – напряжение на обмотке;  $W$  – число витков обмотки.

Исследования показывают, что расчеты по выражению (12) дают значительную погрешность,

так как это выражение выведено при допущении постоянства магнитной индукции в любой точке внутри сердечника в течение переходного процесса. Это равносильно допущению об экспоненциальном изменении среднего значения индукции. Однако, как уже отмечалось, средняя по всей площади полюса индукция растет не по экспоненте 2 (см. рисунок 4 а), а по кривой  $I$ , которая хорошо аппроксимируется функцией

$$B_{cp} = B_y(1 - \sigma \cdot e^{-\frac{t}{T}}), \quad (13)$$

где  $\sigma \leq 1$  – коэффициент, зависящий от материала сердечника.

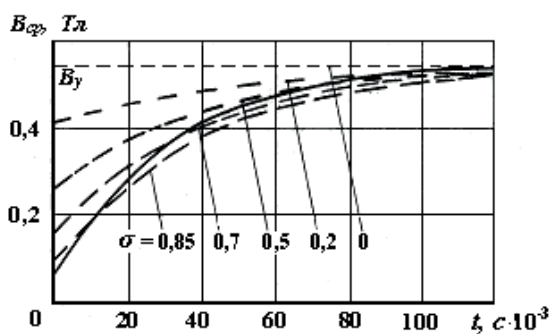


Рисунок 5 – Расчетные зависимости изменения средней индукции  $B_{cp}(t)$

На рисунке 5 представлены графики зависимости, рассчитанные по (13) при различных значениях  $\sigma$ . При правильном выборе величины  $\sigma$  можно добиться удовлетворительного совпадения кривой средней индукции с экспериментальной зависимостью  $B_{cp}(t)$ . Перепишем уравнение (7) в виде

$$B_y(1 - \sigma \cdot e^{-\frac{t}{T}}) = \Phi_y(1 - e^{-\frac{t}{T}}) / \quad (14)$$

$$/[S_n - \pi(y^2 + 2R_4 \cdot y)].$$

После преобразований, аналогичных тем, которым было подвергнуто уравнение (7), получим:

$$i_0(t) = \frac{\Phi_y \cdot h}{2\pi l \rho_c} \cdot \frac{R_3(1 - \sigma \cdot e^{-\frac{t}{T}}) - \sqrt{(1 - \sigma \cdot e^{-\frac{t}{T}})[R_4^2(1 - e^{-\frac{t}{T}}) + R_3^2(1 - \sigma)e^{-\frac{t}{T}}]}}{(1 - \sigma \cdot e^{-\frac{t}{T}}) \sqrt{(1 - \sigma \cdot e^{-\frac{t}{T}})[R_4^2(1 - e^{-\frac{t}{T}}) + R_3^2(1 - \sigma)e^{-\frac{t}{T}}]}} \cdot (1 - \sigma)e^{-\frac{t}{T}}. \quad (15)$$

При практических расчетах вихревого тока величина  $\sigma$  может быть вычислена из (13) по экспериментальным данным. Например, из опыта легко

определить величину установившейся индукции в сердечнике, а также индукцию в поверхностном слое в момент включения. Последняя может быть с достаточной степенью точности определена экстраполяцией экспериментальной зависимости  $I$  (рисунок 3 а) до пересечения с осью ординат. Тогда в момент времени  $t = 0$  из (13) получим:

$$\sigma = 1 - B(0)/B_y = 1 - 0,08/0,54 = 0,85.$$

Формула (15) может быть использована при расчетах электромагнитов для оценки величины вихревых токов. Подставляя в (15) заданную величину времени трогания якоря, находим величину вихревого тока. Размагничивающее действие вихревого тока учитывается путем суммирования его величины с МДС обмотки, определяемой при расчете магнитной цепи.

#### Выводы

Проведены экспериментальные и теоретические исследования и получены аналитические зависимости, описывающие процесс проникновения электромагнитной волны в сплошной магнитопровод растормаживающего электромагнита тормоза. На их базе выведены формулы, позволяющие вычислять величину вихревого тока, наводимого в магнитопроводе в переходных режимах работы.

Полученные аналитические зависимости позволяют вычислять обмоточные данные растормаживающего электромагнита и параметры быстрого действия тормоза с учетом размагничивающего действия вихревого тока.

#### Литература

1. Бочкарев И.В. Быстродействующие электро-механические тормозные устройства для электродвигателей. М.: Энергоатомиздат, 2001. 288 с.
2. Буль Б.К. Основы теории и расчета магнитных цепей. М.: Энергия, 1964. 464 с.
3. Аналитическая оценка влияния вихревых токов на время трогания нейтральных и поляризованных электромагнитов при включении / В.П. Гринченков, Ю.А. Никитенко, В.В. Медведев, А.В. Павленко // Изв. вузов. Электромеханика. 1998. № 5, 6. С. 34–37.
4. О проектировании электромагнитов с заданными динамическими свойствами / А.Г. Никитенко, Ю.А. Бахвалов, Ю.А. Никитенко и др. // Электротехника. 1998. № 9. С. 53–58.
5. Бочкарев И.В., Гунина М.Г. Переходные процессы, протекающие в электро-механическом тормозном устройстве в режиме растормаживания // Электротехника. 2004. № 11. С. 34–38.