

## САМОПОДОБНАЯ (ФРАКТАЛЬНО-ПЕРКОЛЯЦИОННАЯ) СТРУКТУРА ЗАЛЕЖЕЙ УГЛЕВОДОРОДОВ

**А.В. Мальшаков** – канд. геол.-минерал. наук

Пространственное распределение скоплений залежей углеводородов, оцененное с помощью фрактальной размерности, структурировано по типу перколяционного кластера. На основе теории перколяции обоснован закон распределения залежей по величине запасов.

*Ключевые слова:* нефтегазовая залежь; фрактал; теория перколяции; масштабная инвариантность.

На протяжении последних десятилетий во многих областях науки и техники стало интенсивно развиваться новое направление исследований неупорядоченных (гетерогенных) сред, основанное на применении теории фракталов, математический аппарат которой описывает закономерности, действующие в объектах, геометрическая структура которых сохраняет свои главные черты при ее рассмотрении в разных масштабах длин, т.е. обладает свойством самоподобия. Это направление нашло свое применение и интенсивно развивается в науках о Земле. Обширная литература, посвященная применению теории фракталов, охватывает топографию, седиментологию, петрофизику, рассматривает проблему прогнозирования распределения полезных ископаемых, решает вопросы извлечения нефти и газа, рассматривает процессы распространения физических полей в геологических средах, сейсмо-разведку, геофизические исследования скважин (ГИС) и другие области, относящиеся к строению Земли и происходящим в ней процессам.

Строгого и полного определения понятия фракталов пока не существует. Б.Б. Мандельброт предложил определение фрактала, основанное на описании характерного отличительного признака этого явления, – фрактал выглядит примерно одинаково, на каком бы масштабном уровне его не наблюдать [1]. В соответствии с этим определением фракталом условно принято называть геометрические объекты (линии, поверхности, пространственные тела), имеющие сильно изрезанную форму, чья структура состоит из частей, которые в каком-то определенном смысле подобны целому, т.е. Б.Б. Мандельброт предложил описывать фракталы через понятия самоподобия и масштабной инвариантности [1, 2].

Самоподобие является весьма общим свойством природных систем: бассейны крупных рек, ветвящиеся каналы молниевых разрядов, пространственная структура колоний микроорганизмов, распределение звездного вещества в космосе, такие природные явления, как землетрясения и магнитосферные возмущения, строе-

ние береговых линий и облаков, возникновение конвективных ячеек в ядре Земли и вспышки на Солнце – все эти и многие другие сильно неравновесные системы, связанные так или иначе, с переносом интенсивных потоков вещества, заряда, энергии, – обладают удивительной структурной универсальностью и все они оказываются фрактальными структурами.

Фрактальными свойствами обладают и геологические образования. Они проявляются в том, что геологические объекты состоят из элементов – зерен горных пород, напластований в осадочных породах, деталей контура рельефа поверхности земли и др., формы которых самоподобны, а связь числа самоподобных элементов с их размером определяется обратной степенной зависимостью.

Фрактальные свойства геологических объектов являются результатом действия множества наложенных друг на друга геологических процессов, различавшихся по длительности и интенсивности. Исследования, охватившие практически все виды геологических объектов, показали, что фрактальные свойства проявляются почти всегда [3–7]. Для горных пород они являются следствием геологических процессов, действовавших во время седиментации, а также при вторичных процессах – уплотнении, рекристаллизации, растворении, цементации и т.п. Фрактальные свойства не наблюдались лишь в случаях, когда процессы формирования объекта препятствовали образованию фрактальных структур или когда, наоборот, последующие процессы привели к ликвидации ранее сформировавшихся фрактальных свойств.

Что касается геологических структур, то известно, что они образовались в результате бесчисленных повторений растяжений, сжатий, подъёмов, опусканий, передвижения продуктов эрозии на протяжении достаточно длительного времени, а подобные процессы также обладают свойством масштабной инвариантности (фрактальности).

Очевидно, что в отличие от строгих фрактальных геометрических построений в природных объектах фрактальные закономерности проявляются лишь статистически и в определенных интервалах размеров, например, для зерен породы – от единиц миллиметров до микрон, для отложений (напластований) – от сотен метров до миллиметров, для контура рельефа – от километров до сантиметров (см. напр., [1–7]).

Основными количественными характеристиками таких фрактальных структур являются

фрактальная размерность структуры и распределение исследуемых областей по их размерам.

### Фрактальная размерность залежей углеводородов

Существует несколько способов определения фрактальной размерности (размерность покрытия или клеточная размерность, корреляционная, массовая или кластерная и др.) [1, 2]. В данной работе мы определим фрактальную размерность залежей из соотношения площади ( $A$ ) и объема ( $V$ ) – для фрактальных поверхностей систем должно выполняться следующее соотношение [3]:

$$V^{1/3} \propto A^{1/D}, \quad (1)$$

где  $D$  – фрактальная размерность поверхности, ограничивающей объект.

В работах [8–10] установлены корреляционные связи между площадью и запасами ( $q$ ) самих месторождений. Так, для платформенных областей такая зависимость имеет вид [8–10]:

$$A = aq^r. \quad (2)$$

Значение  $r$  зависит от геометрии залежей и варьирует в пределах от 0.80 до 0.85; значение  $a$  отражает коллекторские свойства продуктивных пластов в данном нефтегазоносном комплексе, числе их в пределах месторождения.

Из выражений (1) и (2) можно найти значение фрактальной размерности месторождений в виде

$$D_3 = 3r. \quad (3)$$

Подставляя характерные значения величины показателя  $r = 0.80 \div 0.85$  в формулу (3), получаем оценку фрактальной размерности:

$$D_3 = 2.40 \div 2.55. \quad (4)$$

В работе [11] изучалось распределение скоплений УВ по площади НГБ, где в качестве примера был выбран Западно-Сибирский НГБ. Рассматривая расположение точек – месторождений по его территории как фрактальное множество, авторы определили корреляционную размерность этого множества, которая оказалась равной 1.76. Здесь следует отметить, что полученное значение является фрактальной размерностью плоскостной проекции (т.е. для планового рисунка). Чтобы получить значение фрактальной размерности для трехмерного случая, воспользуемся соотношением [12]:

$$D_3 = D_2 + \frac{2}{3} \approx 2.43. \quad (5)$$

Другая оценка фрактальной размерности приведена в работе [13], в которой изучалась карта месторождений УВ, расположенных на севере Тюменской области и подсчитывались

их периметры и площади, что привело к оценке фрактальной размерности, исходя из пропорциональности периметра залежей  $P$  их площади  $S - P \propto S^{D_2/2}$ :  $D_2 = 1.85$ , что приводит к следующей оценке:

$$D_3 = D_2 + \frac{2}{3} \approx 2.52. \quad (6)$$

Здесь следует отметить, что приведенные выше оценки достаточно близки к значению фрактальной размерности перколяционного кластера на пороге протекания  $D_3 \approx 2.54$  [2, 14], что свидетельствует в пользу того, что пространственное распределение скоплений залежей углеводородов, оцененное с помощью фрактальной размерности, структурировано по типу перколяционного кластера.

#### **Распределение залежей углеводородов по величине запасов**

Как говорилось выше, распределение исследуемых областей по их размерам является важнейшей характеристикой фрактальных структур. В 60–80-е годы прошлого века было однозначно установлено, что между частотами встречаемости залежей различного размера существуют достаточно строгие пропорции, распределение залежей по величине запасов описывается строгими математическими зависимостями, однотипными для различных бассейнов. Долгое время эта строгость и однотипность в распределении залежей ускользала от исследователей из-за низкой и неравномерной изученности бассейнов. Такие характеристики, как средний размер залежей, количество их оказались существенным образом предопределены не геологическими особенностями строения региона, а степенью его изученности. Теория геологоразведочного фильтра [10] позволила подойти к изучению природной совокупности залежей. Оказалось, что даже в очень богатых бассейнах должно существовать большое количество мелких и мельчайших залежей, и разведка последних лет хорошо подтвердила эти расчеты.

В основе теоретических исследований процесса нефтегазонакопления лежит положение о формировании залежей углеводородов, утверждающее, что процесс образования залежей – это переход углеводородов из рассеянного состояния в концентрированное [9, 10]. Хорошо согласуется это положение с основным геохимическим законом, выведенным В.И. Вернадским, согласно которому основная масса элемента находится в земной коре в рассеянном состоянии. Согласно этому положению, образование промышленных скоплений может начаться только после того,

как будет достигнута некоторая критическая концентрация мигрантоспособных углеводородов. Отсюда же следует, что мелких скоплений УВ должно быть значительно больше, чем крупных, и, в частности, распределение залежей по запасам должно описываться убывающей функцией – распределение Парето [1, 8–10, 15, 16], т.е. подчиняться степенному (гиперболическому) распределению вида:

$$u(x) \sim x^{-(1+\alpha)}, \quad (7)$$

где показатель  $\alpha$  лежит обычно в диапазоне от нуля до двух, а сама формула (7) справедлива при достаточно больших  $x$ .

Многочисленные примеры распределения (7) дает биология, физика, экономика (закон Парето), лингвистика (закон Эсту – Ципфа – Мандельброта). При статистическом описании катастроф и стихийных бедствий распределение (7) является правилом, практически не знающим исключений (см., например, [17]). Степенными распределениями описываются колебания биржевых индексов, динамики солнечных вспышек, научная продуктивность исследователей – число публикаций (закон Лотки), зависимость количества землетрясений от их энергии (закон Рихтера–Гутенберга), а также характеристики многих других процессов и явлений [17].

Универсализм степенных (гиперболических) распределений объясняют тем, что они характерны для систем, образование которых контролируется процессами кластеризации [3], а этот механизм достаточно широко распространен в природе [2]. В том случае, когда целое делится на части в результате многочисленных слияний, дроблений, захватов и распадов, в разнообразных системах проявляется единая закономерность соотношений между большими и малыми частями, которую Б.А. Трубников назвал законом распределения конкурентов [18] и привел многочисленные примеры “наборов однотипных объектов” самой различной природы. Эти наборы состоят из мелких и крупных объектов, и предполагается, что крупные возникают в результате объединения мелких в процессе, который был назван “свободной конкуренцией”, приводящей к вполне определенному (степенному) закону распределения объектов по их “массе”, роль которой играют величины, за которые ведется конкурентная борьба.

Б. Мандельброт [1] показал, что гиперболические (степенные) законы являются достаточно универсальными. Гиперболическая (степенная) функция описывает резко неоднородное, асим-

метричное распределение. Статистика величин, описываемых распределением (7), отличается тем, что крупные события (в частности, наличие крупных месторождений), приходящиеся на “хвост” распределения, происходят недостаточно редко, чтобы ими можно было пренебречь. По этой причине степенные законы распределения вероятностей (СЗРВ) называют также распределениями с тяжелыми хвостами. Величине, подчиняющейся распределению с тяжелым хвостом, невозможно приписать характерное значение. В этом случае говорят о масштабно-инвариантных свойствах системы [17].

Таким образом, следствием фрактальной геометрии природы является отсутствие понятия среднего: нет среднего континента, реки, горы, среднего землетрясения, месторождения и т.д. Более того, самоподобие структур означает отсутствие характерных размеров, а при рассмотрении временных рядов – отсутствие характерных времен.

Согласно исследованиям [8–10], плотность распределения залежей (месторождений) по величине запасов:

$$f(q) = \frac{q_0}{q^2}, \quad (8)$$

где  $q_0$  – нижняя граница запасов, позволяющая отнестись скопления УВ к залежи.

Приведенная функция плотности вероятностей описывает распределение всех залежей крупнее  $q_0$ , исключая самую крупную залежь с запасами  $q_{max}$  (уникальную для данного региона).

Сравнивая выражения (7) и (8) видим, что показатель  $\alpha$  в (7) равен 1. В работе [19] также установлено, что показатель  $\alpha$  колеблется около единицы и лежит в диапазоне от 0.90 до 1.37.

Покажем, что использование теории перколяции позволяет обосновать наблюдающееся распределение залежей (месторождений) по запасам вида (8). Существует обширная научная литература по теории перколяции (см., например, [2, 14, 19]). Как правило, задачи теории перколяции решают на решетках разной размерности и конфигурации (под решеткой понимают совокупность узлов среды, между которыми в принципе возможно протекание жидкости, электрического разряда и т.д.). Оказывается, что бесконечный кластер выше порога протекания (появление связности) имеет фрактальную структуру, причем его фрактальная размерность зависит только от топологической размерности решетки (2 или 3) и равна 1.89 для двухмерных и 2.54 для трехмерных решеток [2, 14].

Картина перколяционного перехода на языке конечных кластеров представляется следующим образом [2, 20]. При малых  $p$  все кластеры невелики и изолированы. С ростом  $p$  они сливаются и их средний размер растет. При  $p > p_c$  в “порах” бесконечного кластера размещаются конечные изолированные кластеры. Возрастающее плотность бесконечного кластера с ростом  $p$  означает, что он, постепенно присоединяя конечные кластеры из очень редкого, становится все более плотным. Средний размер его “пор” убывает. Соответственно убывает средний размер изолированных конечных кластеров. В субкритической  $p < p_c$  и критической  $|p - p_c| \ll 1$  областях функция  $n_s$  при малых  $s$  убывает по степенному закону, а при  $s$  больших некоторого критического значения  $s_c$  – экспоненциально. Для  $p = p_c$  убывание  $n_s$  более медленное. Это особое поведение связывают с наличием в системе при  $p_c$  всех масштабов длины.

Вводится функция  $n_s$  ( $n_s$  – среднее число конечных кластеров из  $s$  узлов, приходящихся на один узел решетки, от  $s$  при разных значениях  $p$ , за исключением наибольшего кластера), общий вид которой [14, 20]:

$$n_s(p) = c_1 s^{-\tau} F_{\pm}(s/s_c) = c_1 s^{-\tau} f((p - p_c)s^{\sigma}), \quad (9)$$

$$|p - p_c| \ll 1, s \gg 1, \quad (10)$$

где  $s_c = s(\xi) = |p - p_c|^{-1/\sigma}$  – масса наибольшего конечного кластера;  $\sigma = \frac{1}{\nu D}$ ;  $\nu$  – показатель корреляционной длины.

Здесь  $f(z)$  – переходная функция, которая должна стремиться к константе при  $z \rightarrow 0$ , так как в пределе при  $L \rightarrow \infty$  распределение кластеров по величине должно стать независимым от размера решетки, а при  $z \rightarrow \pm\infty - f(z) \rightarrow 0$ .

Распределение кластеров по величине на пороге протекания определяется степенным законом:

$$n_s \propto s^{-\tau}, \quad (11)$$

где  $\tau = (d + d_f)/d_f$  [14, 20].

В работе [21] получено распределение числа двухмерных перколяционных кластеров, внешняя оболочка которых заключает площадь большую, чем  $A$ . Обобщим результат работы [21] на трехмерный случай.

$$N(\text{число кластеров, размер которых} \geq s) \propto \Omega \int_{\infty}^s n_s ds \propto \Omega s^{1-\tau}, \quad (12)$$

где  $\Omega$  – общий объем системы.

Объем связан с размером кластера через известные соотношения [3]:

$$V \propto r^3 \propto s^{3/D}. \quad (13)$$

Откуда  
 $s \propto V^{D/3}. \quad (14)$

Тогда  
 $N$  (число кластеров, объем которых  $\geq V$ )  
 $\propto \Omega \cdot V^{(D/3)(1-\tau)} \propto \Omega/V. \quad (15)$

Следовательно, плотность функции распределения будет выглядеть следующим образом:

$$f(V) \propto 1/V^2. \quad (16)$$

Выражение (16) идентично формуле (8).

Таким образом, приведенные выше результаты подтверждают правомочность и целесообразность рассмотрения пространственной структуры залежей (месторождений) углеводородов в рамках фрактально-перколяционной модели. Возможно, это окажется полезным для понимания природы образования месторождений углеводородов, а также для более эффективного их использования в процессе эксплуатации.

#### Литература

1. Mandelbrot B.B. The fractal geometry of nature. – San Francisco: Freeman, 1982.
2. Федер Е. Фракталы. – М.: Мир, 1991. – 254 с.
3. Turcotte D.L. Fractals and Chaos in Geology and Geophysics. – Cambridge: University Press, 1992.
4. Fractals in petroleum geology and Earth processes / Ed. C.C. Barton and P.R. La Pointe. – N.Y. and London: Plenum Press, 1995.
5. Запывалов Н.П., Смирнов Г.И. О фрактальной структуре нефтегазовых месторождений // ДАН. – 1995. – Т. 341. – №1. – С. 110–112.
6. Долгунин А.В. Роль фрактальных понятий в исследованиях по геологии нефти и газа // Геология нефти и газа. – 1996. – №11.
7. Грамберг И.С., Горяинов И.Н., Смекалов А.С. и др. Фрактальность соляно-купольных структур Суэцкого залива // Докл. РАН. – 1995. – Т. 341. – № 1. – С. 110–112.
8. Нестеров И.И., Шпильман В.И., Мясникова Г.П., Плавник Г.И., Завгородняя Л.Д., Краснова Г.Н., Судат Л.Г. Новые характеристики потенциальных ресурсов // Геология нефти и газа. – 1977. – №12. – С. 26–32.
9. Шпильман В.И. Количественный прогноз нефтегазоносности. – М.: Недра, 1982. – 215 с.
10. Нестеров И.И., Шпильман В.И. Теория нефтегазонакопления. – М.: Недра, 1987. – 232 с.
11. Канторович А.Э., Лившиц В.Р. Нефтегазообразование как процесс самоорганизации углеводородистого вещества в осадочных бассейнах // Симпозиум и школа. Синергетика геосистем / ИГЕМ РАН, 17–20 апреля 2007. – М., 2007.
12. Балханов В.К., Башкуев Ю.Б. Статистическая теория ветвлений стримерных каналов // Электромагнитные волны и электронные системы. – 2005. – № 9. – Т.10. – С. 33–35.
13. Кузнецов В.В. Фрактальность структур залежей углеводородов (ресурсы Интернета).
14. Isichenko M.B. Percolations, statistical topography, and transport in random media // Rev. Mod. Phys. – 1992. – V. 64. – P. 961–1043.
15. Канторович А.Э., Демин В.И. Методы оценки количества и распределения по запасам месторождений нефти и газа в крупных нефтегазовых бассейнах // Геология нефти и газа. – 1977. – №12.
16. Шпильман В.И., Цзинь Чжи Цзюнь. Закон распределения выявленных и невыявленных залежей нефти и газа по величине запасов // Геология нефти и газа. – 1993. – №11. – С. 5–10.
17. Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б., Подлазов А.В. Нелинейная динамика: Подходы, результаты, надежды. – М.: КомКнига, 2006. – 280 с.
18. Трубников Б.А. Закон распределения конкурентов // Природа. – 1993. – № 11. – С. 3–13.
19. Соколов И.М. Размерности и другие геометрические критические показатели в теории протекания // Успехи физ. наук. – 1986. – Т. 150. – №2. – С. 221–256.
20. Stauffer D. Scaling theory of percolation clusters // Phys. Rep. – 1979. – V. 54. – №1. – P. 1–74.
21. Cardy J., Ziff R.M. Exact results for the universal area distribution in percolation, Izing, and Potts models // J. Stat. Phys. – 2003. – V. 110. – P. 1–33.